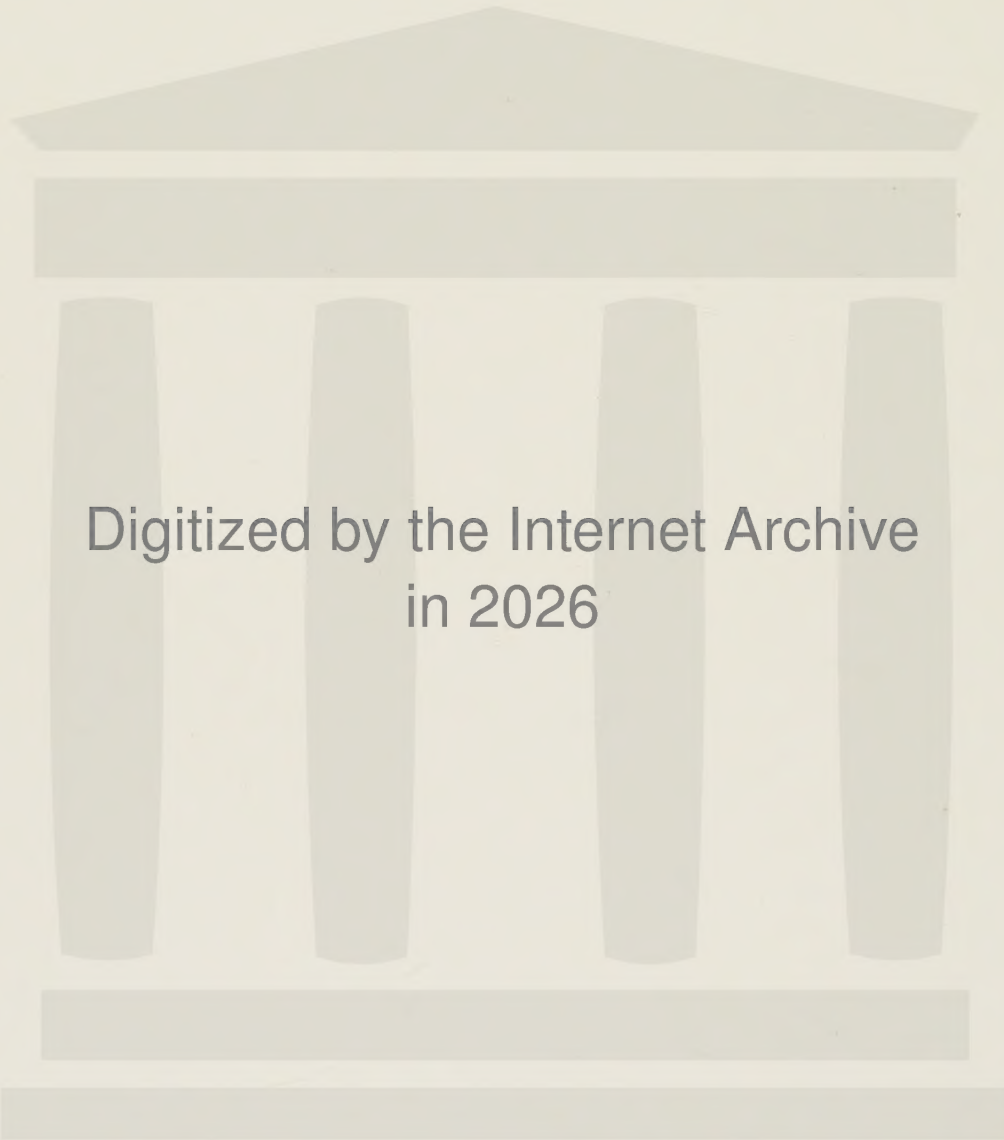


H. J. Lustig

Frankfurt 1979



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550820_0011

Potentialenergieflächen
für
Kernspaltung
und
Schwerionenreaktionen

Inauguraldissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaften

vorgelegt beim Fachbereich Physik der
Johann Wolfgang Goethe-Universität
in Frankfurt am Main

von

Hans-Jürgen Lustig
aus
Frankfurt am Main

Frankfurt am Main
März 1979



Gedruckt mit Genehmigung des Fachbereichs Physik
der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main

Dekan:	Prof. Dr. D. Wolf
Leiter der Arbeit:	Prof. Dr. W. Greiner
Erstgutachter:	Prof. Dr. W. Greiner
Zweitgutachter:	Prof. Dr. J. Maruhn

Tag der mündlichen Prüfung:	11. Mai 1979
-----------------------------	--------------

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
2. Das Modell	5
Berechnung der PEF	5
Die Temperaturabhängigkeit der PEF	8
Das Minimierungsverfahren	9
Die kollektiven Massen	11
Interpolieren und glätten	12
3. Die Unterscheidung zwischen Fusions- und Spaltfläche	19
4. Schalenkorrekturen für getrennte Fragmente	29
5. Stark-asymmetrische Spaltung	39
Experimente	39
Rechnungen	42
Vergleich mit früheren Rechnungen	45
Die Einteilchenkorrekturen	47
Die Minimierungsmethode	51
6. Die Spaltverteilungen der Fermiumisotope	60
Die Potentiale	61
Berechnung der Massenverteilungen	64
Einfluß der kollektiven Massen	66
Vergleich mit dem Experiment	67
Zusammenfassung	81
Anhang	
A1. Numerische Probleme	83
A2. Integrale über parabolische Zylinderfunktionen	86
Referenzen	92

1. Einleitung

Der Bau großer Beschleunigeranlagen und die Verfeinerung der experimentellen Techniken hat in den letzten Jahren zu einer Fülle von Daten sowohl auf dem Gebiet der Schwerionenphysik als auch in der Kernspaltung geführt. Das Zweizentrenschalenmodell (ZZSM) und die auf ihm aufbauende Fragmentationstheorie bewiesen, daß sie in der Lage sind, die Experimente aus beiden Gebieten unter einem einheitlichen Gesichtspunkt zu beschreiben (s. Übersichtsartikel /FIN74a, ZIE77, MAR78/). Es zeigte sich aber auch, daß Modifikationen und Ergänzungen nötig sind. In dieser Arbeit soll über Weiterentwicklungen bei der Berechnung von Potentialenergieflächen berichtet werden.

Die Potentialenergiefläche (PEF) legt zusammen mit den Massenparametern die zeitliche Entwicklung des Systems im Rahmen der Gleichungen der Fragmentationstheorie fest. Häufig lassen sich aufgrund der PEF auch schon qualitative Aussagen über das Verhalten des Systems machen. Aus den in Kapitel 6 gezeigten Potentials kann man z.B. den Übergang von der asymmetrischen Spaltverteilung für ^{254}Fm zur symmetrischen Verteilung von ^{258}Fm ablesen. Auch in der Schwerionenstreuung sind qualitative Aussagen aufgrund der PEF möglich. Verkleinert sich die potentielle Energie zum Beispiel sehr stark, wenn sich die Fragmentierung in der Nähe des Berührradius ändert, so wird man erwarten, daß sich das Maximum der gemessenen Verteilung selbst bei großen Drehimpulsen im Eingangskanal noch in Richtung auf das Potentialminimum hin verschiebt. Liegt der Eingangskanal dagegen in einem Potentialminimum, so erwartet man höchstens eine Verbreiterung der gemessenen Massenverteilung (s. schematische Studien in /YAM77/). Es ist also sowohl für quantitative Rech-

nungen als auch für qualitative Überlegungen wichtig, schnell zuverlässige PEF bekommen zu können.

In der Vergangenheit war die PEF dadurch berechnet worden, daß die Energie in den nicht explizit behandelten Variablen minimiert wurde /MAR74/. Dieses Verfahren ist sehr zeitaufwendig und kann nur schwer automatisiert werden, da in jedem Schritt das vollständige Einteilchenspektrum berechnet werden muß /MAR73/.

Der Minimierungsvorschrift liegt die Annahme zugrunde, daß der betrachtete Vorgang (z.B. die Kernspaltung) adiabatisch verläuft, daß die nicht explizit behandelten 'inneren' Variablen also schnell sind im Vergleich mit den explizit behandelten /MAR73/. Dies sollte auch im Ausgangskanal einer tief inelastischen Reaktion gültig sein; es werden kinetische Energien gemessen, deren Summe kleiner ist als das Coulombpotential zweier sich berührender sphärischer Kerne. Man kann deshalb annehmen, daß die Beschleunigung der Fragmente im wesentlichen erst nach dem Auseinanderreißen des Systems erfolgt (s. z.B. /WOL74/). - Die Anfangsphase einer Schwerionenstreuung verläuft dagegen sicherlich nicht adiabatisch. Dort ist die Relativgeschwindigkeit der beiden Ionen so groß, daß sie keine Zeit haben werden, Deformationen auszubilden. Deshalb wird zwischen Eingangs- und Ausgangskanal in einer solchen Reaktion unterschieden (z.B. /BON75, SIW76/). Es zeigte sich, daß diese Trennung für die Kernformen des ZZSM auf ganz natürliche Weise vorgenommen werden kann. Die Unterscheidung zwischen Fusions- und Spaltflächen soll in Kapitel 3 beschrieben werden.

Im Eingangskanal sind Schaleneffekte wichtig. In

mikroskopisch-makroskopischen Modellen wird der Atomkern durch ein Tropfenmodellpotential beschrieben, zu dem Schalenkorrekturen, die von den Einteilchenniveaus abhängen, addiert werden /STR68/. Das ZZSM ist so parametrisiert, daß die Kernformen stetig vom Compoundkern zu den beiden getrennten Fragmenten übergehen können. Die bisherigen Verfahren zur Berechnung der Schalenkorrekturen garantieren aber nicht, daß diese für große Fragmentabstände auf die Summe der Korrekturen für die beiden getrennten Kerne übergehen. In Kapitel 4 wird ein Verfahren vorgeschlagen, daß bei der Berechnung der Schalenkorrekturen berücksichtigt, daß jedes Einteilchenniveau für weit getrennte Kerne in einem der Fragmente lokalisiert ist. Damit ist die richtige Asymptotik sichergestellt.

Im Ausgangskanal einer Schwerionenreaktion sind die Fragmente aufgeheizt und die Einteilcheneffekte sollten deshalb zu vernachlässigen sein. Dies bedeutet für die adiabatische Beschreibung, daß die Werte der 'inneren' Variablen so zu wählen sind, daß das Tropfenmodellpotential minimiert wird. Die Suche nach diesen Parametern kann leicht einem Elektronenrechner übertragen werden, da das Tropfenmodellpotential fünfzig- bis hundertmal schneller zu berechnen ist als ein Satz Einteilchenniveaus. Damit steht ein schnelles Verfahren zur Berechnung der SpaltPEF zur Verfügung. Ob die so berechneten Flächen aber auch für niederenergetische Spaltvorgänge zu verwenden sind, soll in den beiden letzten Kapiteln diskutiert werden.

Zunächst wurde die Uranspaltfläche berechnet. Sie unterscheidet sich von der früher im ZZSM berechneten Fläche. Darauf wird in Kapitel 5 eingegangen werden. Der Hauptunterschied liegt in der Voraussage der stark- asymmetrischen Spaltung. Die PEF zeigt, daß ^{238}U die

Möglichkeit hat, unter Aussendung eines schweren Ions mit einer Masse $A \approx 60$ zu zerfallen. Es gibt in der Literatur einige Hinweise, daß tatsächlich stark-asymmetrische Ereignisse in der Aktinidenspaltung auftreten. Die Experimente werden ebenfalls in Kapitel 5 kurz besprochen werden.

In Kapitel 6 wird schließlich an Hand der Spaltflächen der Fermiumisotope gezeigt werden, daß die in dieser Arbeit vorgestellten Weiterentwicklungen der Berechnung der Potentialenergieflächen nicht nur eine theoretische Verbesserung des Modells darstellen, sondern auch die Physik beschreiben.

Doch zunächst soll in Kapitel 2 das hier verwendete Modell vorgestellt werden.

2. Das Modell

An der Reaktion zweier schwerer Ionen oder an der Spaltung eines Atomkernes sind eine große Anzahl Nukleonen beteiligt. Die Fragmentationstheorie geht aber davon aus, daß sich die experimentell meßbaren Kenngrößen einer Reaktion wie Massenverteilung, Ladungsverteilung, Streuwinkel, kinetische Energien im Ausgangskanal durch die Dynamik einiger weniger kollektiver Größen wie Abstand, Massenverhältnis und Deformationen der Fragmente sowie einiger thermodynamischer Variablen vorhersagen lassen /ZIE77, MAR78/.

Berechnung der PEF

Dieser Dynamik liegen Potentialenergieflächen (PEF) zugrunde. Sie werden mit dem Zweizentrenschalenmodell (ZZSM) und einem Tropfenmodell berechnet.

Das Tropfenmodell beschreibt einen geladenen Flüssigkeitstropfen mit konstanter Massen- und Ladungsdichte, dessen scharfe Oberfläche mit der Oberflächen-Äquipotentialfläche des ZZSM übereinstimmt. Die Potentialdifferenz zwischen einer gegebenen Kernform und dem sphärischen Compoundkern ist gegeben durch die Unterschiede in den Oberflächenenergien ($E_S - E_S^0$) und den Coulombenergien ($E_C - E_C^0$) (s. z.B. /NIX65, DIE74/):

$$\begin{aligned} E_{\text{LDM}} &= E_S - E_S^0 + E_C - E_C^0 \\ &= [(B_S - 1) + 2 \times (B_C - 1)] E_S^0, \end{aligned}$$

mit $B_S = E_S/E_S^0$, $B_C = E_C/E_C^0$ und dem Spaltparameter

$$x = \frac{E_C^0}{2 E_S^0} \approx \frac{Z^2/A}{50}.$$

Nach /MYE67/ hat ein sphärischer Kern mit der Masse A, der aus N Neutronen und Z Protonen besteht, die Oberflächenenergie

$$E_S^O = a_S \left(1 - \kappa \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right) A^{2/3} ,$$

mit $a_S = 17,9439 \text{ MeV}$, $\kappa = 1,7826$
und die Coulombenergie

$$E_C^O = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} Z^2 A^{-1/3} = a_C Z^2 A^{-1/3} ,$$

mit $a_C = 0,70531 \text{ MeV}$.

Eine ausführliche Beschreibung des ZZSM, das zur Berechnung der Einteilchenenergieniveaus verwendet wurde, findet sich in /MAR72, MAR73/. Im Zusammenhang mit dieser Arbeit genügt es, darauf hinzuweisen, daß die Eigenwerte des ZZSM von der Kernlänge l (oder dem Zweizentrenabstand $\Delta z = z_2 - z_1$), der Massenasymmetrie $\eta = (A_1 - A_2)/(A_1 + A_2)$ (oder der Volumenasymmetrie $\xi = (V_1 - V_2)/(V_1 + V_2)$), den Quadrupoldeformationen der Fragmente β_1 und β_2 , sowie dem Einschnürungsparameter $\varepsilon = E_O/E'$ abhängen (s. Abb. 2.1). V_1 und V_2 sind die Teilvolumina des Tropfens links bzw. rechts der gestrichelten Trennungslinie in Abb. 2.1; A_1 und A_2 dagegen sind die durch die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der ZZSM-Wellenfunktionen definierten Teilchenzahlen in diesen Bereichen (s. auch Kapitel 4).

Aus den Einteilchenenergien werden mit Hilfe des in Kapitel 4 beschriebenen Verfahrens die Schalenkorrektur δU und nach /NIL69/ die Paarkorrektur δP berechnet. Das Potential ist somit gegeben durch

$$\begin{aligned} V &= E_{LDM} + \delta U + \delta P \\ &= V(1, \eta, \beta_1, \beta_2, \varepsilon) . \end{aligned}$$

Die Temperaturabhängigkeit der PEF

Die bisher skizzierte Herleitung des Potentials setzte voraus, daß sich das System immer in seinem Grundzustand befindet. Für eine Schwerionenreaktion ist dies sicher eine schlechte Annahme, da im Ausgangskanal Anregungsenergien von einigen hundert MeV auftreten können. Diese Anregungsenergien setzen sich zusammen aus kollektiven Anregungen wie Oberflächenschwingungen und Rotationen der Fragmente, sowie aus Wärme, d.h. statistischen Mehrteilchen-Mehrloch-Anregungen. Diese MT-ML-Anregungen führen als erstes zu einem Aufweichen der Fermikante; dies müßte bei der Berechnung der Schalen- und Paarkorrekturen berücksichtigt werden. Für hohe Temperaturen verschwinden die Korrekturen dann vollständig.

Die konsistente Beschreibung eines Kerns mit Anregungsenergie würde ein temperaturabhängiges Tropfenmodell, ein temperaturabhängiges ZZSM, sowie temperaturabhängige Verfahren zur Berechnung der Einteilchenkorrekturen und der Massenparameter voraussetzen. Ein solches Verfahren wäre wohl nicht praktikabel, da im Rahmen einer dynamischen Rechnung für jeden Integrationsschritt sämtliche Einteilchenenergien usw. neu berechnet werden müßten. Dies beschäftigte selbst einen modernen Großcomputer auf Monate oder Jahre hinaus.

In der von uns benutzten vereinfachten Temperaturabhängigkeit wird angenommen, daß kollektive Anregungen keinen Einfluß auf das Potential haben. Eine von null verschiedene Temperatur T führt dagegen zu einer exponentiellen Dämpfung der Schalen- und Paarkorrekturen /ZIE77/

$$V(T) = E_{\text{LDM}} + (\delta U + \delta P) \exp\left(-\left(\frac{T}{T_0}\right)^2\right) \quad (1) .$$

Der Parameter $T_0 = 1,5 \text{ MeV}$ wurde so gewählt /YAM77/, daß die Einteilchenkorrekturen in der Urangegend bei einer Anregungsenergie

$$E_0 = \frac{A}{10 \text{ MeV}} T_0^2 \approx 60 \text{ MeV}$$

verschwinden /JEN73/.

Aber selbst mit dieser vereinfachten Temperaturabhängigkeit ist es nicht möglich, die fünfdimensionale Schrödingergleichung in den Variablen $l, \eta, \beta_1, \beta_2$ und ε zu lösen; selbst die Berechnung der gesamten PEF ist nicht praktikabel. Für 10 Punkte in jeder Dimension benötigte eine IBM 370/168 bei einer Rechenzeit von ca. einer Minute je Punkt eine Gesamtzeit von etwa 2000 Stunden (d.h. ca. 80 Tage!).

Das Minimierungsverfahren

In Kapitel 3 wird gezeigt werden, daß wir bei einer Schwerionenreaktion zwischen der FusionsPEF und der SpaltPEF unterscheiden müssen. Wir nehmen dann an, daß die Kerne im Eingangskanal zu schnell sind, um Deformationen auszubilden oder den Hals zwischen den Fragmenten aufzufüllen, so daß die FusionsPEF mit $\beta_1 = \beta_2 = \varepsilon = 1$ berechnet werden kann. Bei Kernen mit einer Grundzustandsdeformation entspricht dies etwa einer Mittelung über die verschiedenen Orientierungen der Hauptachsen. Ähnliche Annahmen für den Eingangskanal werden zum Beispiel in /BON75/ und /SIW76/ gemacht.

Im Ausgangskanal einer tief inelastischen Reaktion ist die Relativgeschwindigkeit der Fragmente so gering, daß sie die jeweils energetisch günstigste Konfiguration annehmen können (siehe Einleitung). Als dynamische Variable werden wiederum die Kernlänge und die Massenasymmetrie gewählt. Das Potential wird in den anderen

Koordinaten minimiert. Dies müßte für jede Temperatur gesondert geschehen. Man erwartet aber, daß bei Einschußenergien über der (sphärischen) Coulombbarriere Temperaturen von einigen MeV auftreten, so daß die Einteilchenkorrekturen eine recht geringe Rolle spielen werden und der Potentialverlauf im wesentlichen von der Tropfenmodellenergie festgelegt wird. Die Deformationen $\beta_{1m}(1,\eta)$, $\beta_{2m}(1,\eta)$ und der Einschnürungsparameter $\epsilon_m(1,\eta)$ werden deshalb so bestimmt, daß

$$E_{LDM}^{\min}(1,\eta;\beta_{1m},\beta_{2m},\epsilon_m) = \min_{\beta_1,\beta_2,\epsilon} E_{LDM}(1,\eta,\beta_1,\beta_2,\epsilon) .$$

Denkt man sich den Flüssigkeitstropfen wie in Abb. 2.1 angedeutet in zwei Teile zerlegt, so können die Schwerpunkte der Fragmente leicht berechnet werden. Ihr Abstand werde mit R bezeichnet. Es zeigt sich, daß die Konfigurationen, die E_{LDM} minimieren, für feste Kernlänge aber unterschiedliche Massenasymmetrie etwa den gleichen Wert für R haben (für den Zweizentrenabstand Δz gilt dies weniger gut; s. Abb. 2.2 und 2.3). Deshalb ist es eine gute Näherung, wenn man R als dynamische Koordinate an Stelle von l verwendet, um auf die 'Standardformulierung' der dynamischen Gleichungen zu kommen. Das im Ausgangskanal verwendete Potential hat dann die Form

$$V(R,\eta,T) = E_{LDM}^{\min}(R,\eta;\beta_{1m},\beta_{2m},\epsilon_m,T=0) + \delta V(R,\eta;\beta_{1m},\beta_{2m},\epsilon_m,T=0) \exp\left(-\left(\frac{T}{T_0}\right)^2\right) ,$$

mit $\delta V = \delta U + \delta P$.

In Kapitel 5 und 6 wird gezeigt werden, daß diese Minimierungsvorschrift auch für die Beschreibung der

spontanen und der niederenergetischen Spaltung geeignet ist, obwohl in diesen Fällen die Kerntemperatur klein und die Bedeutung der Einteilchenkorrekturen entsprechend groß ist. - Eine IBM 370/168 benötigt für die Berechnung der Tropfenmodellenergie für einen gegebenen Parametersatz weniger als eine Sekunde, für die Berechnung der Einteilchenniveaus und -korrekturen dagegen mehr als eine Minute. Die Minimierung der Tropfenmodellenergie kann deshalb automatisiert werden, während die früher durchgeführte Minimierung der Gesamtenergie 'von Hand' erfolgen mußte /MAR73/. Das hier vorgeschlagene Verfahren bietet somit eine schnelle und bequeme Möglichkeit der Berechnung der Spaltflächen physikalisch interessanter Systeme. Es kommt aber noch ein anderer Punkt hinzu. Das Tropfenmodell hängt in der Nähe des Minimums nur schwach von den Parametern ab. Deshalb kann das Gitter, auf dem die Parameter berechnet werden müssen, sehr viel gröber gewählt werden, als das Gitter, das für die PEF benötigt wird (s.u.). Wegen der schwachen Massenzahlabhängigkeit ist es sogar möglich, die Einteilchenspektren benachbarter Kerne zu verwenden (s. Kap. 6).

Die Herleitung der Bewegungsgleichungen für R und η unter Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit des Potentials, sowie eine alternative Behandlung der Temperaturabhängigkeit findet sich in /MAR78/.

Die kollektiven Massen

Die kollektiven Massenparameter B_{xy} (x und y stehen für beliebige kollektive Variable) werden mit der cranking Formel im BCS-Formalismus berechnet /BEL59,MAR73/

$$\begin{aligned}
 B_{xy} = & 2 \hbar^2 \sum_{\mu, \nu} \frac{\langle \nu | \partial / \partial x | \mu \rangle \langle \mu | \partial / \partial y | \nu \rangle}{\tilde{\epsilon}_{\mu} + \tilde{\epsilon}_{\nu}} \\
 & * (u_{\nu} v_{\mu} + v_{\nu} u_{\mu})^2 \\
 & + \hbar^2 \sum_{\nu} \frac{1}{v_{\nu}^2 \tilde{\epsilon}_{\nu}} \left(\frac{\partial u_{\nu}}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u_{\nu}}{\partial y} \right) \quad (2) .
 \end{aligned}$$

$v_{\nu}^2 = 1 - u_{\nu}^2$ ist die Besetzungswahrscheinlichkeit des ν -ten Einteilchenniveaus und $\tilde{\epsilon}_{\nu} = \sqrt{(\epsilon_{\nu} - \lambda)^2 + \Delta^2}$ die Quasiteilchenenergie, die von der Einteilchenenergie ϵ_{ν} , der Fermikante λ und der kleinsten Anregungsenergie eines gepaarten Nukleons Δ ('gap Parameter') abhängt. Wie in /MAR73/ gehe ich davon aus, daß für vibrationsähnliche kollektive Bewegungen die Änderungen in den Wellenfunktionen klein sind im Vergleich zu den Änderungen der Besetzungszahlen, sodaß die Doppelsumme in Gleichung 2.2 vernachlässigt werden kann. In den Rechnungen wurden die Ableitungen durch die Differenzenquotienten benachbarter Kernkonfigurationen angenähert. Dadurch sind die Beiträge zu den Massen, die von den Änderungen der inneren Variablen entlang dem Spaltweg herrühren, automatisch eingeschlossen. - Die Temperaturabhängigkeit der Massen konnte hier noch nicht berücksichtigt werden, da die entsprechenden Untersuchungen noch nicht abgeschlossen sind /A. Iwamoto, private Mitteilung/.

Interpolieren und glätten

In den Abbildungen 2.2 und 2.3 sind die Deformationen, Energien, $B_{\xi\xi}$ -Massen und die Zweizentren- und Schwerpunktsabstände als Funktion von ξ für die beiden Längen $l = 24,0$ fm und $l = 25,0$ fm des Systems ^{238}U angegeben (Kreuze). Die Schwankungen in den Deformationen, die mittels eines dreidimensionalen Minimierungsprogrammes numerisch bestimmt wurden, spiegeln sich in den Unstetigkeiten des Potentials, der Massen und des Zweizentrenabstandes wieder. Dies wird vor allem in

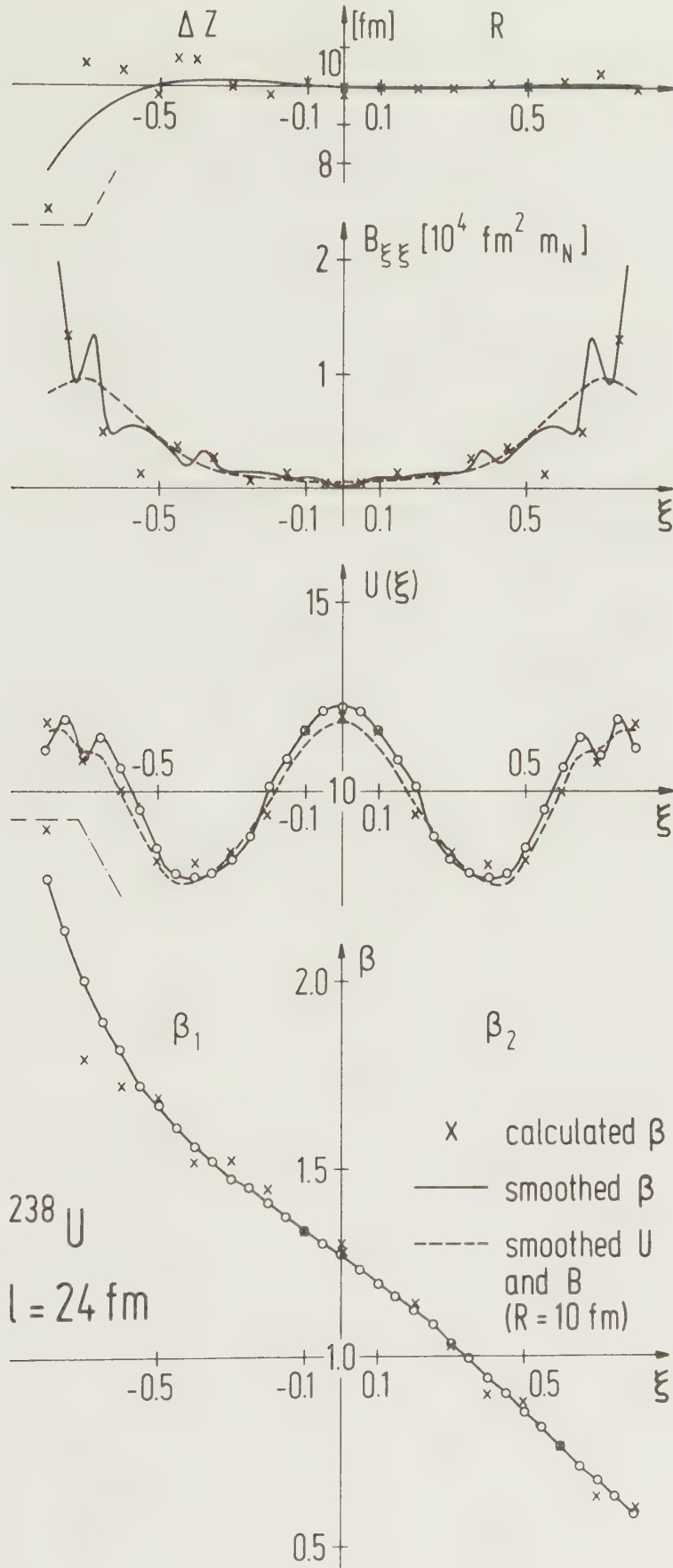


Abb. 2.2 Berechnete und geglättete Deformationen, Potentiale, Massen und Abstände (s. Text).

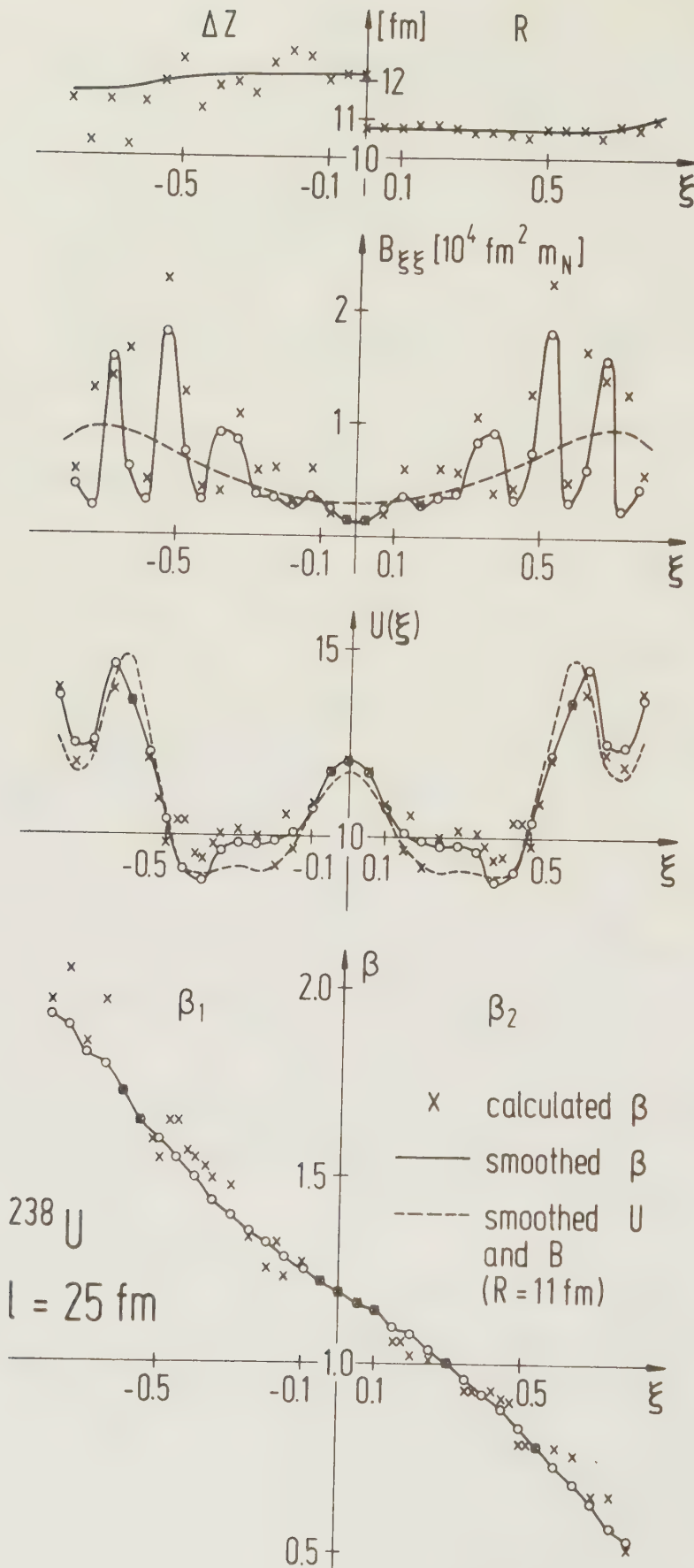


Abb. 2.3 Berechnete und geglättete Deformationen, Potentiale, Massen und Abstände (s. Text).

Abb. 2.3 deutlich. Der Parametersatz $(\beta_{1m}, \beta_{2m}, \epsilon_m)$, der die Tropfenmodellenergie minimiert, ist nur schwer exakt festzulegen, weil die Tropfenmodellenergie in der Nähe des Minimums sehr flach ist und das numerische Verfahren deshalb hier nur langsam konvergiert. Abb. 2.4 zeigt das Tropfenmodellpotential als Funktion der Fragmentdeformationen $1/\beta_1$ und $1/\beta_2$ für vier Werte des Einschnürungsparameters ϵ . Auf der Spaltfläche ist ϵ klein, denn die Fragmente sind durch einen breiten Hals miteinander verbunden. Die flache Potentialmulde für $\epsilon = 0,1$ ist in Abb. 2.4 deutlich zu erkennen. Die Struktur der Flächen $E_{LDM}(\beta_1, \beta_2)$ ändert sich kaum in Abhängigkeit der Kernlänge oder der Massenasymmetrie; die Spaltfläche ist überall in der Nähe des Minimums sehr flach.

Umgekehrt bedeutet dies aber auch, daß es gar nicht notwendig ist, die Parameter für jedes (l, ξ) sehr genau zu bestimmen. Es zeigte sich, daß es (zumindest für Massenzahlen um $A = 250$) zur vollständigen Bestimmung der SpaltPEF genügt, die Parameter für einen Gitterabstand $\Delta\xi = 0,10$ und $\Delta l = 1$ fm zu berechnen und sie dann mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate zu glätten und zu interpolieren. Die PEF selbst muß dagegen für einen Gitterabstand von höchstens $\Delta\xi = 0,05$ und $\Delta l = 0,5$ fm bekannt sein. Da die Werte auf einem äquidistanten Gitter berechnet wurden, bieten sich die diskreten Tschebyscheff-Polynome /ABR68, S. 791/ als Entwicklungsfunktionen an.

Für die Gitterpunkte $x_m = m$ ($m = 0, 1, 2, \dots, N$) und alle x aus diesem Intervall sind sie definiert als

$$f_n(x) = \sum_{v=0}^n (-1)^v \binom{n}{v} \binom{n+v}{v} \frac{x! (N-v)!}{(x-v)! N!} .$$

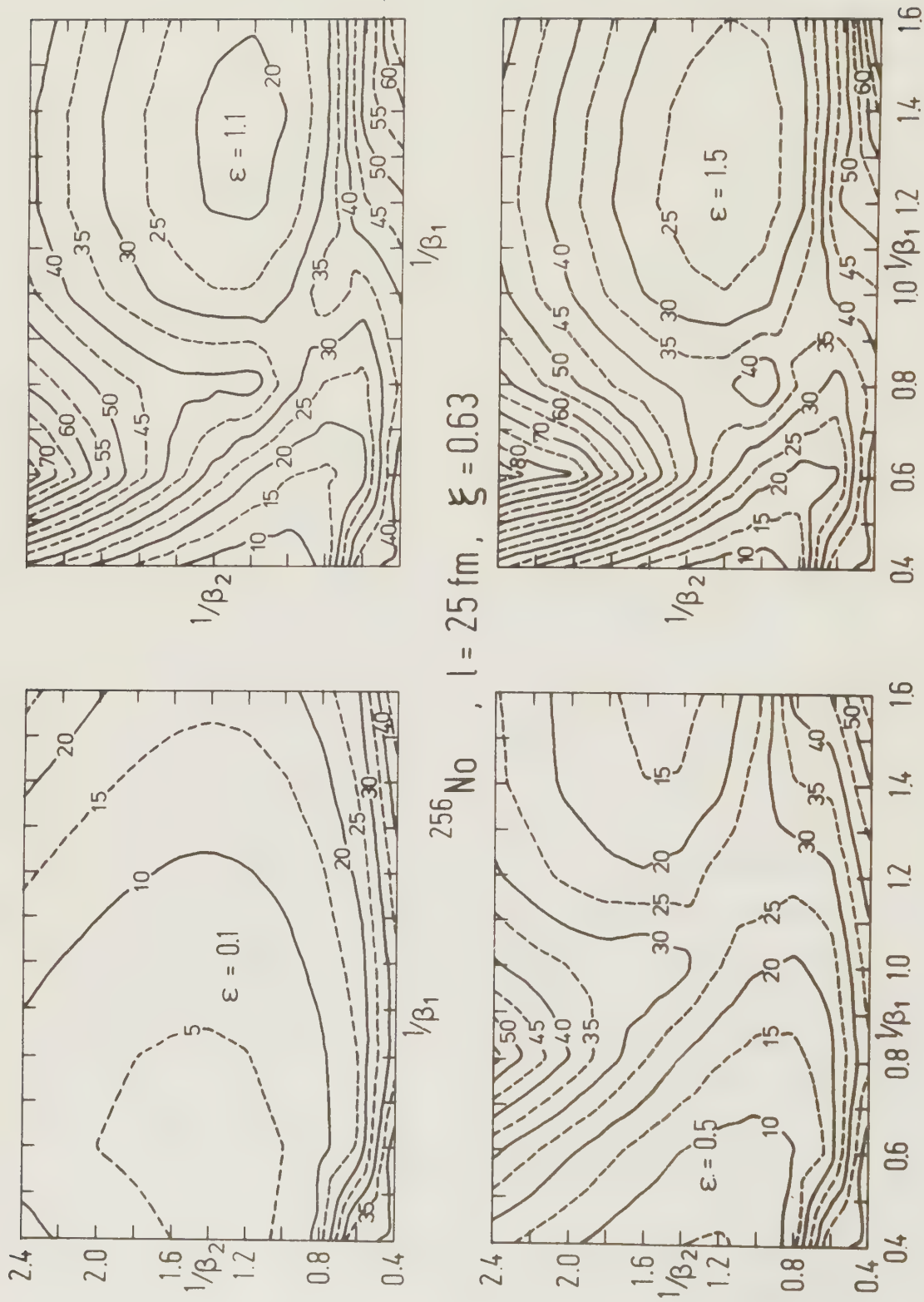


Abb. 2.4 Tropfenmodellpotential (in MeV) als Funktion der Deformationen für verschiedene Einschnürungsparameter.

Sie sind orthogonal bezüglich des Skalarproduktes

$$\begin{aligned}(f_n, f_m) &= \sum_{i=0}^N f_n(x_i) f_m(x_i) \\ &= \delta_{mn} \frac{(N+n+1)! (N-n)!}{(2n+1)(N!)^2}\end{aligned}$$

und genügen der Rekursionsbeziehung

$$f_0(x) = 1, \quad f_1(x) = 1 - \frac{2x}{N},$$

$$\begin{aligned}(n+1)(N-n) f_{n+1}(x) &= (2n+1)(N-2x) f_n(x) \\ &\quad - n(N+n+1) f_{n-1}(x) \quad .\end{aligned}$$

Der maximale Grad der Entwicklungsfunktionen $n_{\max}$ sollte so gewählt werden, daß $n_{\max} < 2\sqrt{N}$ ist, da es sonst vor allem in der Nähe der Intervallgrenzen zu großen Oszillationen kommen kann /BJÖ72, S. 73/.

Die durchgezogenen Kurven in den Abb. 2.2 und 2.3 zeigen das Ergebnis der Interpolation der Deformationen β_1 und β_2 und die mit den geglätteten Parametern berechneten Werte. Alle Kurven verlaufen wesentlich ruhiger; die neuen Tropfenmodellenergien unterscheiden sich von den alten um maximal 100 keV und sind deshalb nicht gezeichnet worden.

Der Erfolg dieses Glättverfahrens legt den Vorschlag nahe, die Gesamtenergie und vor allem die Massen einer erneuten Glättung zu unterwerfen. Zum einen benötigt man nämlich ohnehin ein Interpolationsverfahren für Potential, Massen und ihre Ableitungen bei der numerischen Integration der Differentialgleichungen der Fragmentationsdynamik, und zum anderen haben die Schwankungen in den Massen eine Breite, die dem Abstand der Punkte,

an denen sie berechnet wurden, entspricht (siehe Abb. 2.3 und Kap.6); eine Glättung kann diesen methodischen und numerischen Unsicherheiten Rechnung tragen, indem sie zwar die Grobstruktur reproduziert, die Schwankungen kleiner Breite dagegen unterdrückt. Das Ergebnis einer solchen erneuten Glättung, die außer in der Volumenasymmetrie ξ nun im Schwerpunktsabstand R und nicht in der Kernlänge l durchgeführt wurde, zeigen die gestrichelten Kurven in den Abb. 2.2 und 2.3 . Es bleibt im Rahmen der dynamischen Rechnungen zu prüfen, welchen Einfluß die Wahl der Entwicklungsfunktionen und ihres maximalen Grades auf die mit dem Experiment zu vergleichenden Verteilungen haben.

3. Die Unterscheidung zwischen Fusions- und Spaltfläche

In diesem Kapitel soll gezeigt werden, daß es in unserem Modell möglich ist, bei einer Schwerionenreaktion eindeutig zwischen dem Eingangs- und dem Ausgangskanal zu unterscheiden. - Die Grobstruktur des Potentials wird durch das Tropfenmodell bestimmt. Deshalb genügt es, für die folgenden Überlegungen nur diesen Teil der Gesamtenergie zu betrachten.

Abb. 3.1 zeigt Kurven konstanten Tropfenmodellpotentials für sphärische Fragmente ($\beta_1 = \beta_2 = 1$) des Compound-systems $^{256}_{102}\text{No}$ als Funktion des Einschnürungsparameters ε und der Kernlänge l für verschiedene Massenasymmetrien η . In Abb. 3.2 sind Schnitte für konstante Kernlängen dargestellt. Die Tropfenformen, die dem Potential zugrunde liegen, veranschaulicht Abb. 3.3 für einige Werte von l und ε für $\eta = 0,4$.

Das Potential zeigt als Funktion von ε für festes l und η ein Plateau für getrennte Fragmente ($\varepsilon \geq 1$) und ein Minimum für den (fast) nicht eingeschnürten Kern ($\varepsilon \leq 0,5$). Die beiden Gebiete sind durch eine Potentialbarriere voneinander getrennt. Sie tritt auf, weil die Oberflächenenergie mit wachsender Einschnürung zunächst stärker ansteigt als die Coulombenergie abnimmt.

Nachdem die Fragmente getrennt sind, verkleinert sich die Oberfläche sehr rasch (die Kernmaterie zwischen den Fragmenten wird von diesen 'aufgesogen'). Dann steigt sie langsam wieder an. Im Grenzfall $\varepsilon \rightarrow \infty$ wird der Kern durch zwei Halbkugeln beschrieben, die im ZZSM durch eine unendliche Potentialbarriere voneinander getrennt sind. Der Verlauf der Oberflächen- und der Coulombenergie ist in Abb. 3.4 als Funktion von ε für $l = 26$ fm und $\eta = 0,6$ dargestellt. Die Differenz der Kurven ist gleich der Tropfenmodellenergie. Man sieht

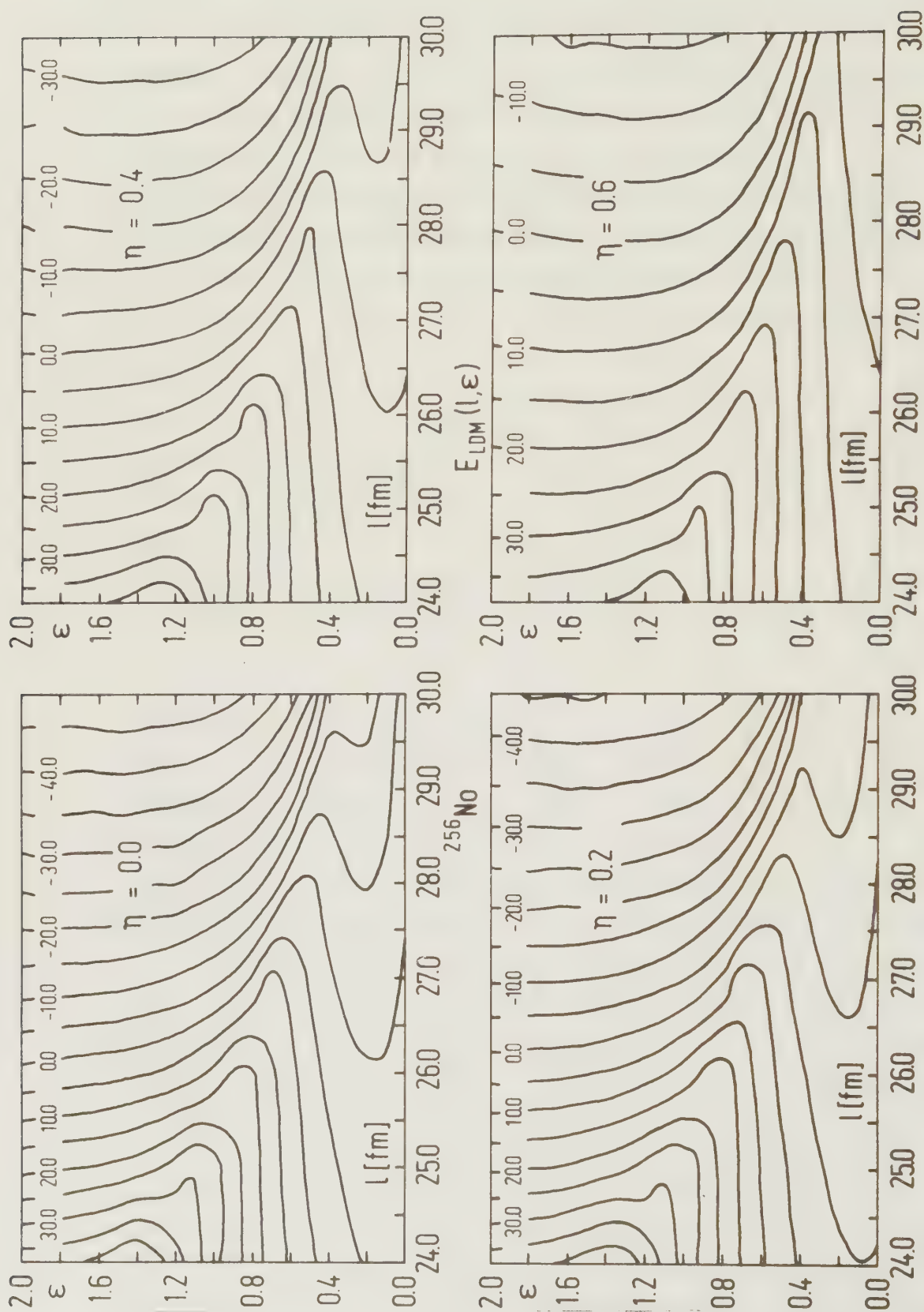


Abb. 3.1 Tropfenmodellpotential für sphärische Fragmente als Funktion von Kernlänge und -einschnürung für verschiedene Asymmetrien.

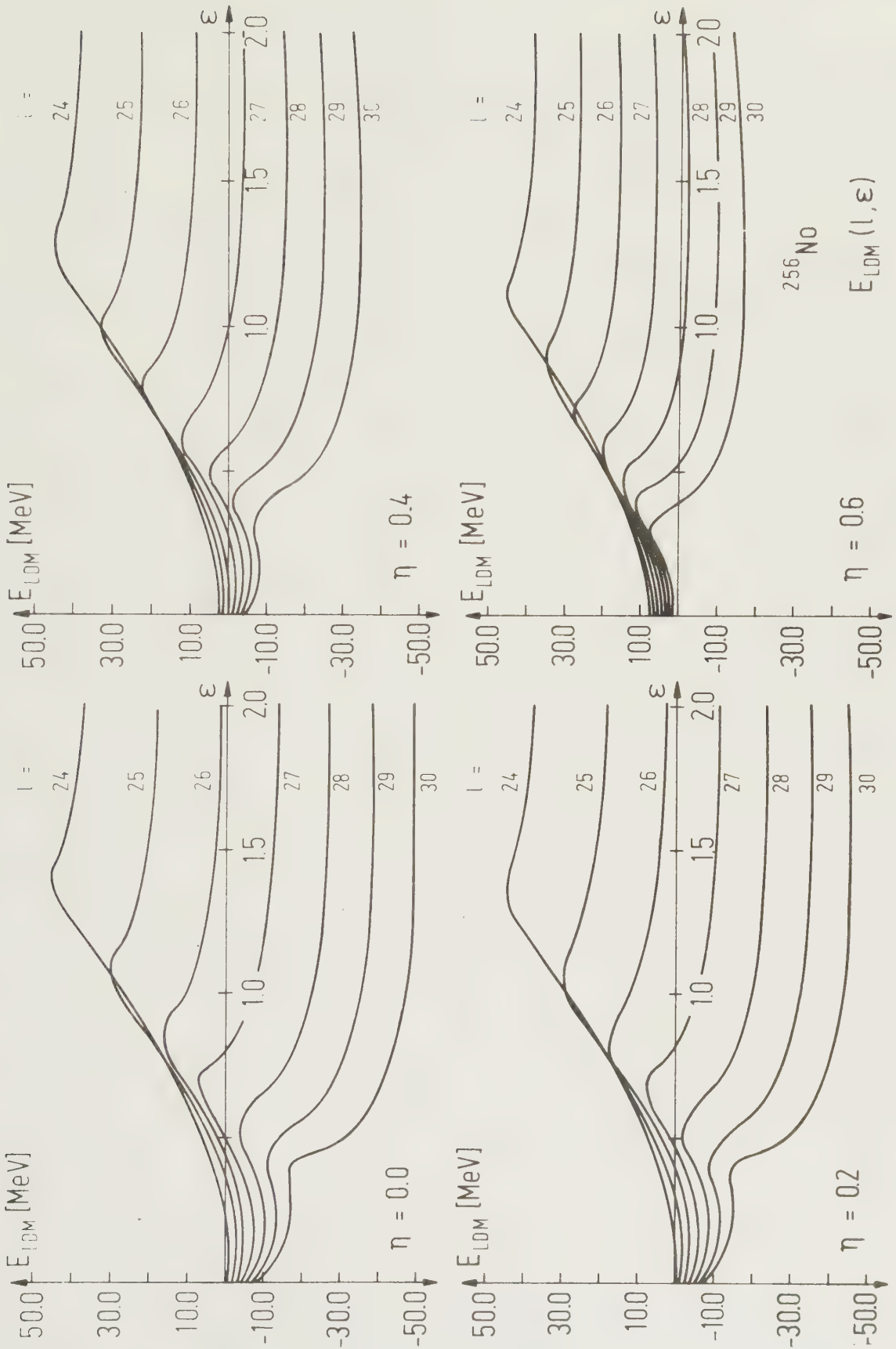


Abb. 3.2 Schnitte durch die Potentiale aus Abb. 3.1 für konstante Kernlängen.

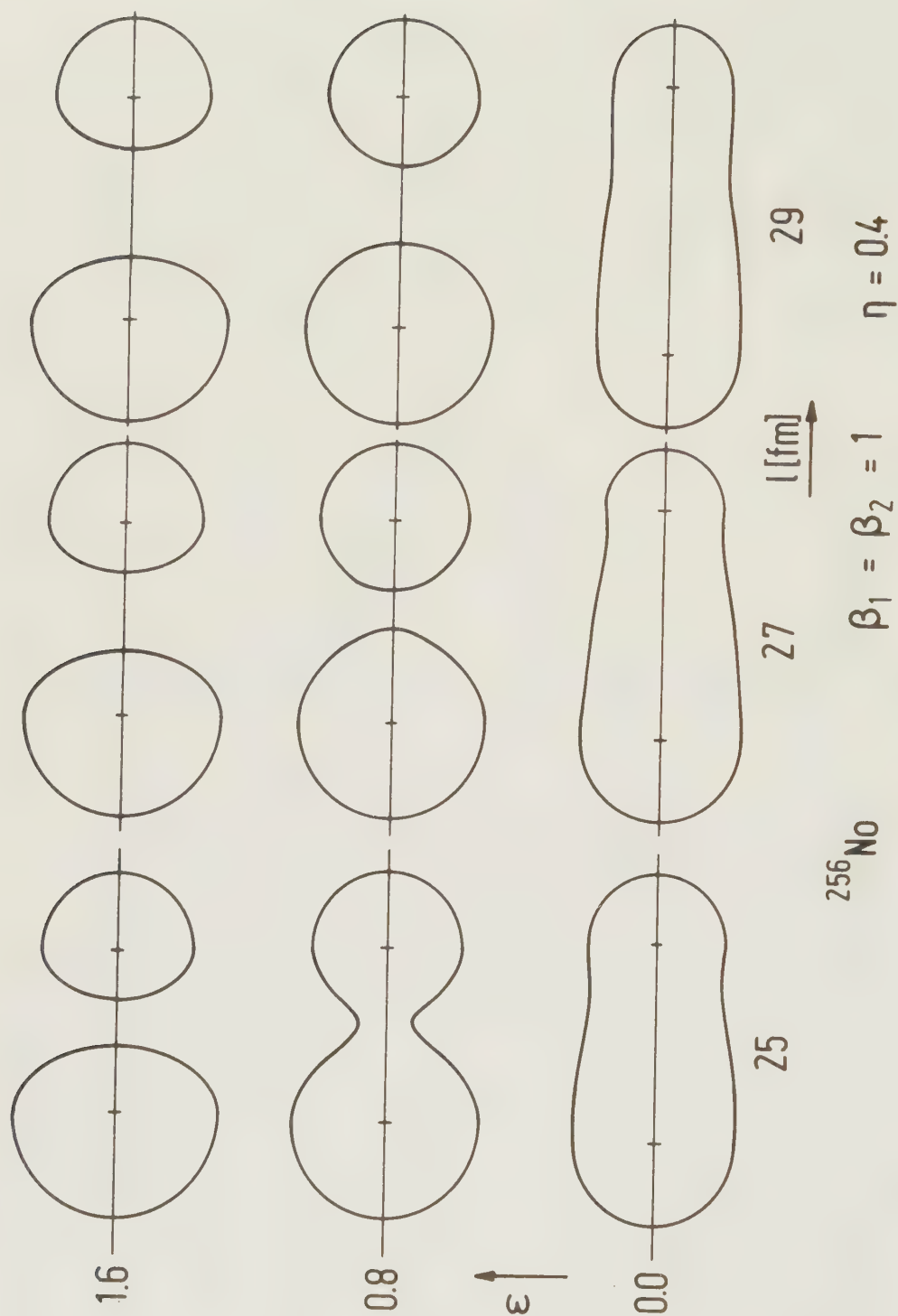


Abb. 3.3 Veranschaulichung der Abhängigkeit der Kernformen von Länge und Einschnürung des Systems.

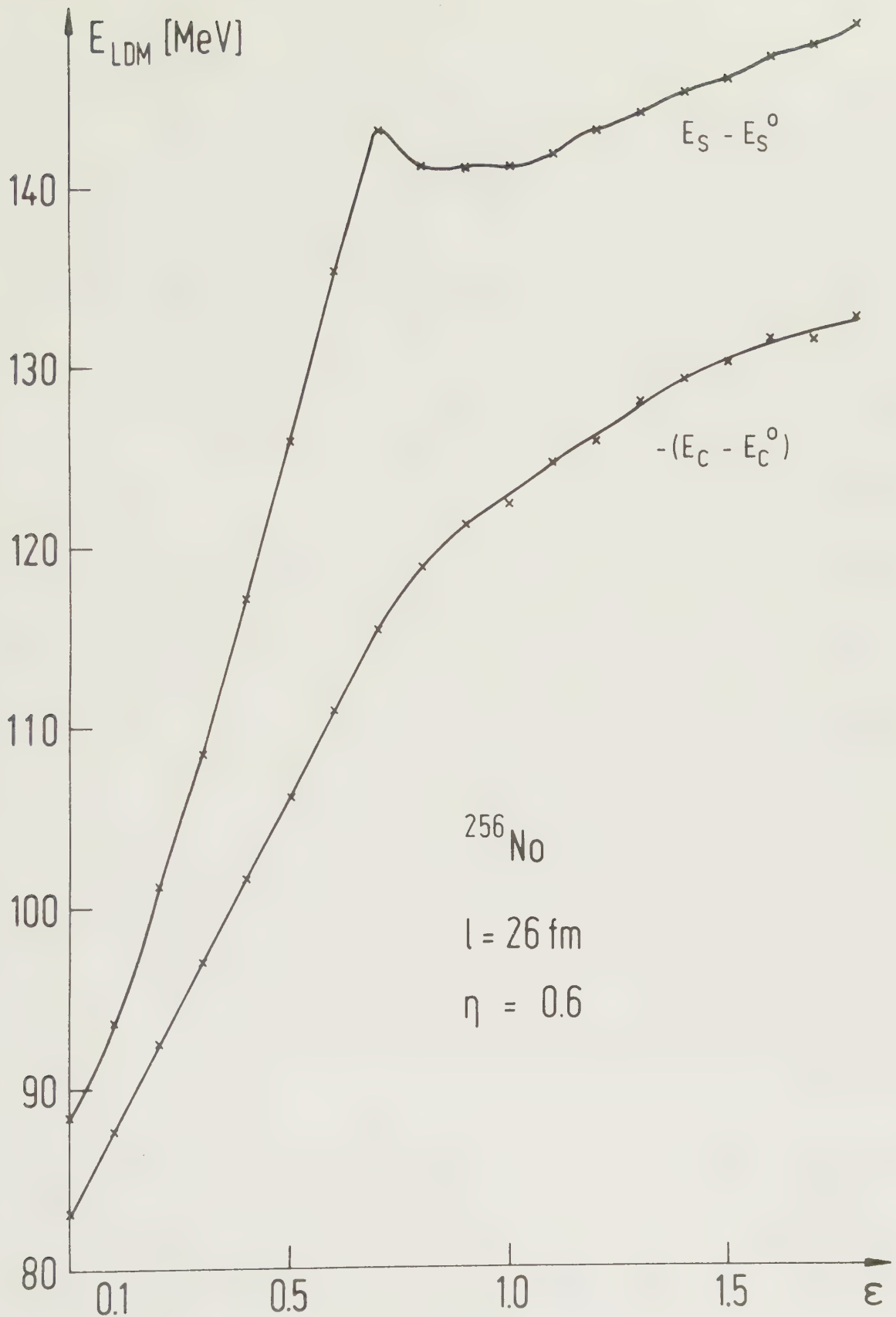


Abb. 3.4 Die Änderung von Oberflächen- und Coulomb-energie mit wachsender Einschnürung des Korns.

deutlich den Unterschied zwischen dem glatten Verlauf der Coulombenergie und dem starken Abfall der Oberflächenenergie am Abreißpunkt bei $\epsilon = 0,7$, der für das Auftreten der Potentialbarriere verantwortlich ist. Diese Barriere wird für $l \lesssim 24$ fm und für $l \gtrsim 30$ fm sehr klein. Der Übergang von einem Minimum in das andere ist nun leicht möglich. Das System kann dabei bis zu 40 MeV gewinnen. Erste Abschätzungen für das System U+U zeigen, daß dieser Übergang in etwa einem Zehntel der Stoßzeit vor sich gehen dürfte /K. H. Ziegenhain, private Mitteilung/.

In Abb. 3.5 sind für festes η die Energien des inneren (connected fragments) und des äußeren (separated fragments) Minimums sowie der Barriere zwischen ihnen (scission configuration) als Funktion der Kernlänge dargestellt. Unter Vernachlässigung der anderen Freiheitsgrade wird man erwarten, daß die Ionen bei entsprechender Einschußenergie im äußeren Tal (dem Fusionskanal) zusammenlaufen, bei kleinen Abständen den Potentialberg zum inneren Minimum überwinden und dann im inneren Tal (dem Spaltkanal) wieder auseinanderlaufen, bis die Barriere niedrig genug geworden ist und die Fragmente sich plötzlich einschnüren und spalten können. Dieser Weg ist in Abb. 3.6 skizziert (siehe auch /SWI72/, wo ähnliche Überlegungen angestellt werden).

Wenn sie der Spaltfläche adiabatisch folgen, trennen sich die Fragmente erst bei einem relativ großen Abstand, verglichen mit der Summe ihrer Kugelradien. Da man erwarten darf, daß der Energiegewinn bei der plötzlichen Einschnürung in Anregungsenergie geht, werden die Fragmente eine geringere kinetische Energie im Ausgangskanal haben, als man aufgrund ihrer sphärischen Coulombbarriere erwarten würde. Anders ausgedrückt, der Energieverlust bei der Reaktion wird größer sein als die Gesamt-

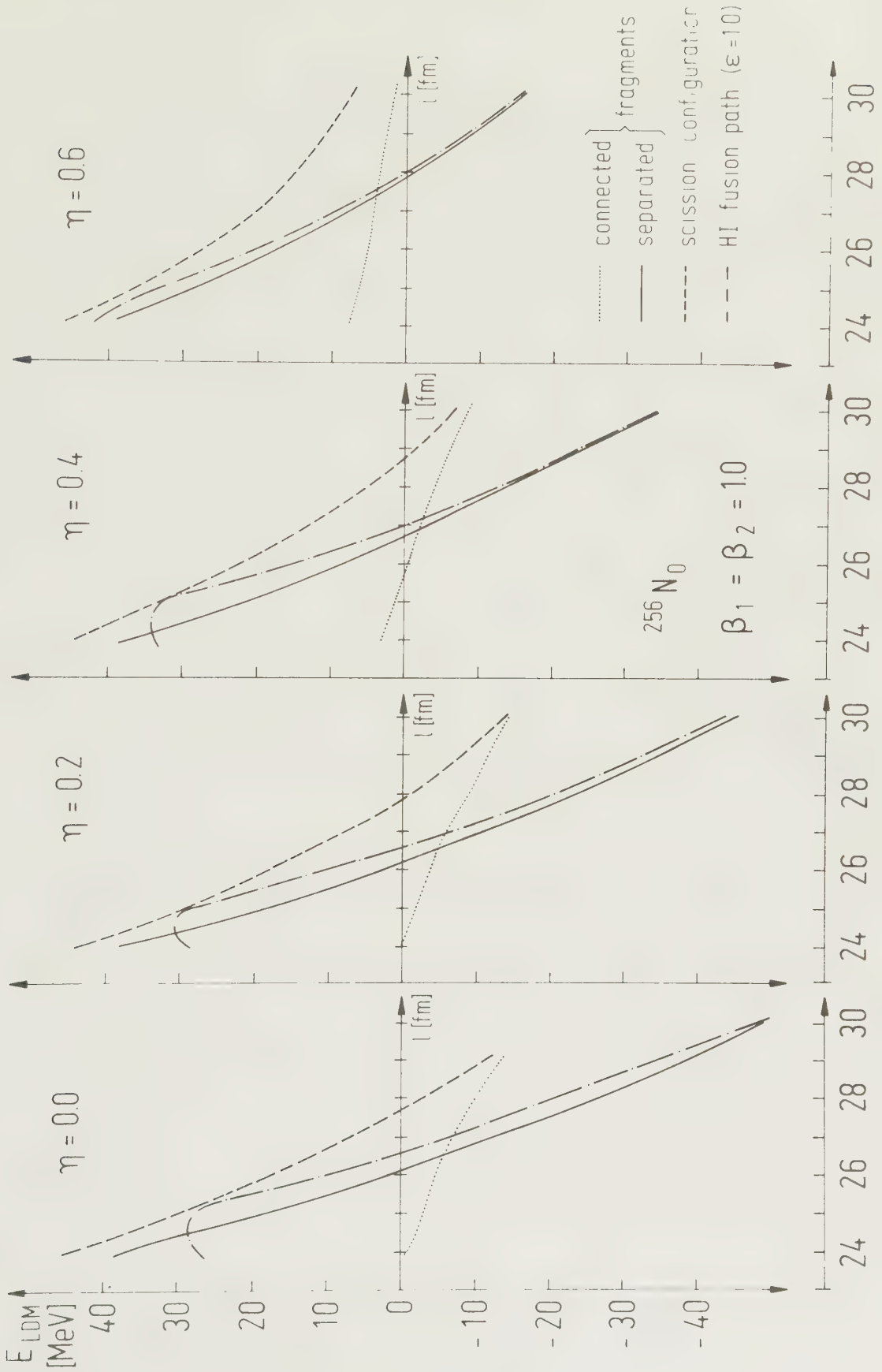


Abb. 3.5 Tropfenmodellminima und -barriere als Funktion der Kernlänge (s. Text).

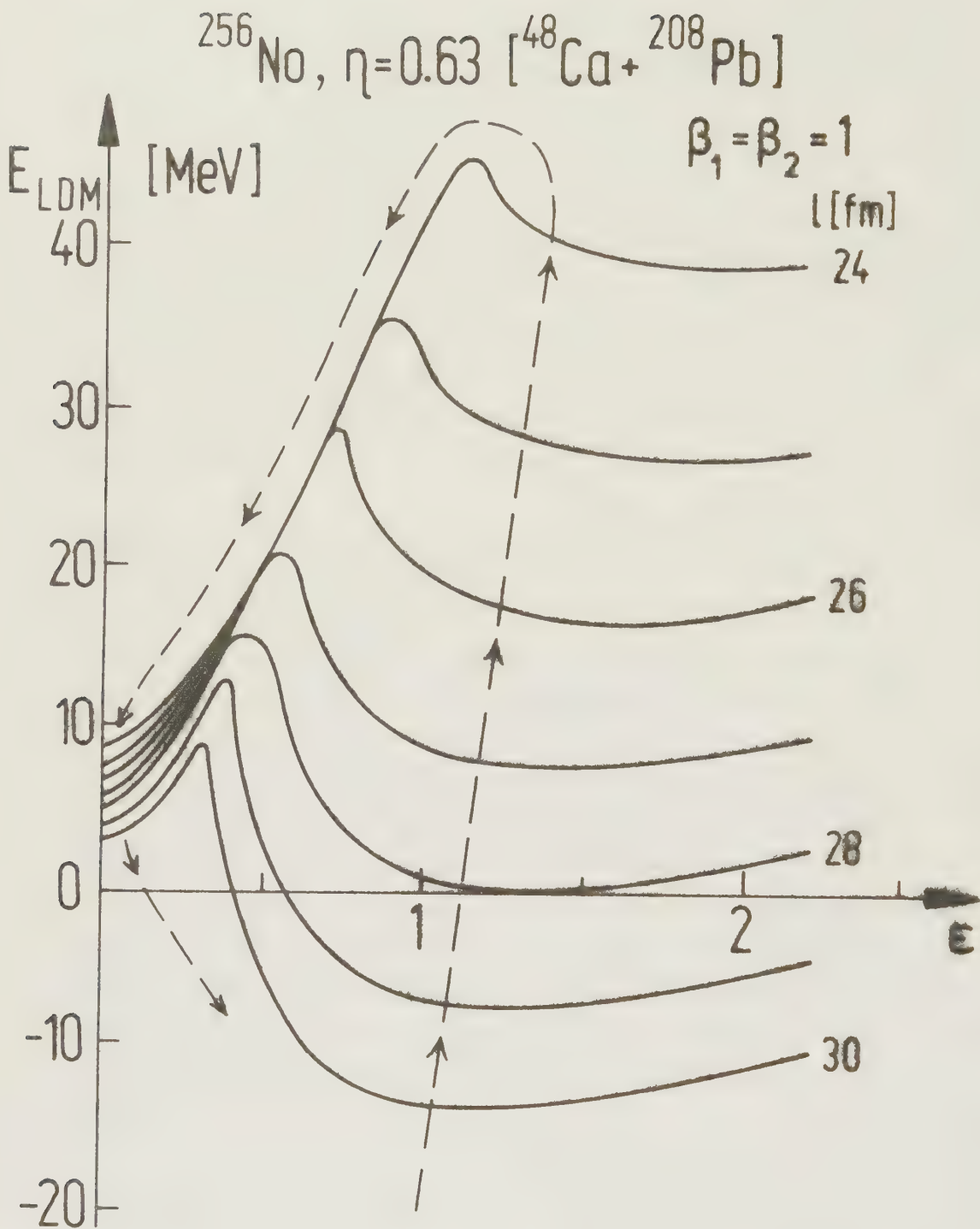


Abb. 3.6 Tropfenmodellenergien für verschiedene Längen als Funktion der Kerneinschnürung. Der Weg, den eine Schwerionenreaktion nehmen könnte, ist skizziert (s. Text).

energie über der sphärischen Coulombbarriere. In unserem Modell liegt der Grund für die experimentell beobachteten 'zu großen' Energieverluste (z.B. /WOL74, DEU77, SCH77, ESS79/) also nicht in erster Linie in der Ausbildung von Deformationen, sondern im späten Abreißen des Halses. Zeitabhängige Hartree-Fock Rechnungen für das System U+U zeigen ähnliche Ergebnisse /R. Y. Cusson, private Mitteilung/. Auch hier füllt sich der Hals zwischen den Stoßpartnern auf und bleibt für einen guten Teil der Stoßzeit bestehen, während sich die Fragmente kaum deformieren. - Bei einer Erweiterung der Fragmentationstheorie wird also der Einschnürungsparameter und nicht die Fragmentdeformation diejenige Größe sein, die als erste dynamisch behandelt werden muß. An einer derartigen Erweiterung wird z.Z. gearbeitet /K. H. Ziegenhain, private Mitteilung/. - In Abb. 3.5 ist auch $E_{LDM}(1, \epsilon=1; \eta)$ eingezeichnet worden (HI fusion path). Man sieht, daß der Fusionskanal durch den Parameterwert $\epsilon = 1$ gut beschrieben wird.

Die genauen Werte der Barrierenhöhen sind von den Einteilcheneffekten und auch von den Details des Tropfenmodells abhängig; z.B. wird man in einem Dropletmodell wegen der aufgeweichten Oberfläche erwarten, daß die Potentialbarriere zwischen den Kanälen niedriger ist und nur in einem kleineren Bereich von Kernlängen vorhanden sein wird, verglichen mit dem oben beschriebenen Tropfenmodell. Die Kernlängen, bei denen die Übergänge von einem Kanal in den anderen stattfinden werden, hängen natürlich auch von den dynamischen Größen wie Einschußenergie, Stoßparameter, Reibung usw. ab.

Überlegungen zur Definition eines Streu- und eines Spaltweges im ZZSM finden sich auch bei Morovic, der das U+U-System untersuchte /MOR73/. Der Einfluß der Halsdicke auf das Potential ist aber bei leichteren Systemen und vor allem bei mittleren bis großen Massen-

asymmetrien wichtiger als bei der dort betrachteten symmetrischen Fragmentation des Systems $^{476}_{184}$.

In diesem Abschnitt wurde gezeigt, daß es sinnvoll, möglich und nötig ist, einen Fusions- und einen Spaltkanal zu unterscheiden, solange man den Einschnürungsparameter nicht dynamisch behandelt.

4. Schalengkorrkturen für getrennte Fragmente

Es ist bekannt /GIC77/, daß die mit den Standardprogrammen gewonnenen Schalengkorrkturen für getrennte ungleiche Kerne nicht gleich der Summe der Schalengkorrkturen für die einzelnen Fragmente sind. Dies kann man verstehen, wenn man bedenkt, daß, anschaulich gesprochen, die Schalengkorrkturen durch einen Vergleich der Niveaudichte an der Fermikante mit einer gemittelten Niveaudichte berechnet werden.

Abb. 4.1 zeigt das mit dem ZZSM berechnete Spektrum des Kerns $^{252}_{104}\text{Ku}$ in der Nähe des Abreißpunktes als Funktion der Volumenasymmetrie ξ . Die Niveaulinien sind waagrecht so verschoben, daß das Verhältnis der Linienabschnitte dem Verhältnis der Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der Wellenfunktionen in den beiden Fragmenten entspricht. Man sieht deutlich den Übergang von gleicher Aufenthaltswahrscheinlichkeit aller Niveaus in den beiden Fragmenten für $\xi = 0$ hin zu fast vollständig getrennten Spektren für $\xi \geq 0,6$. Ein ähnlicher Übergang findet für alle von null verschiedenen ξ auch als Funktion der Kernlänge statt. Diese Entmischung der Spektren wird in dem ursprünglichen Strutinskyverfahren /STR68/ nicht berücksichtigt.

Ein anderes Beispiel ist das vierfach-magische System $^{48}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$. Die Schalengkorrktur als Funktion der Deformationen sollte ein tiefes Minimum zeigen, wenn beide Fragmente sphärisch sind. Es zeigt sich aber, daß dieser Teil der Energie bei normaler Rechnung nur wenig von der Deformation des leichten Kerns abhängt. Auch dies ist anschaulich verständlich, da eine Änderung der Deformation die Binteilchenniveaus verschiebt, die Verschiebung nur einiger weniger Niveaus (derjenigen des leichten Partners nämlich) die Schalengkorrktur im allgemeinen aber nicht wesentlich ändert.

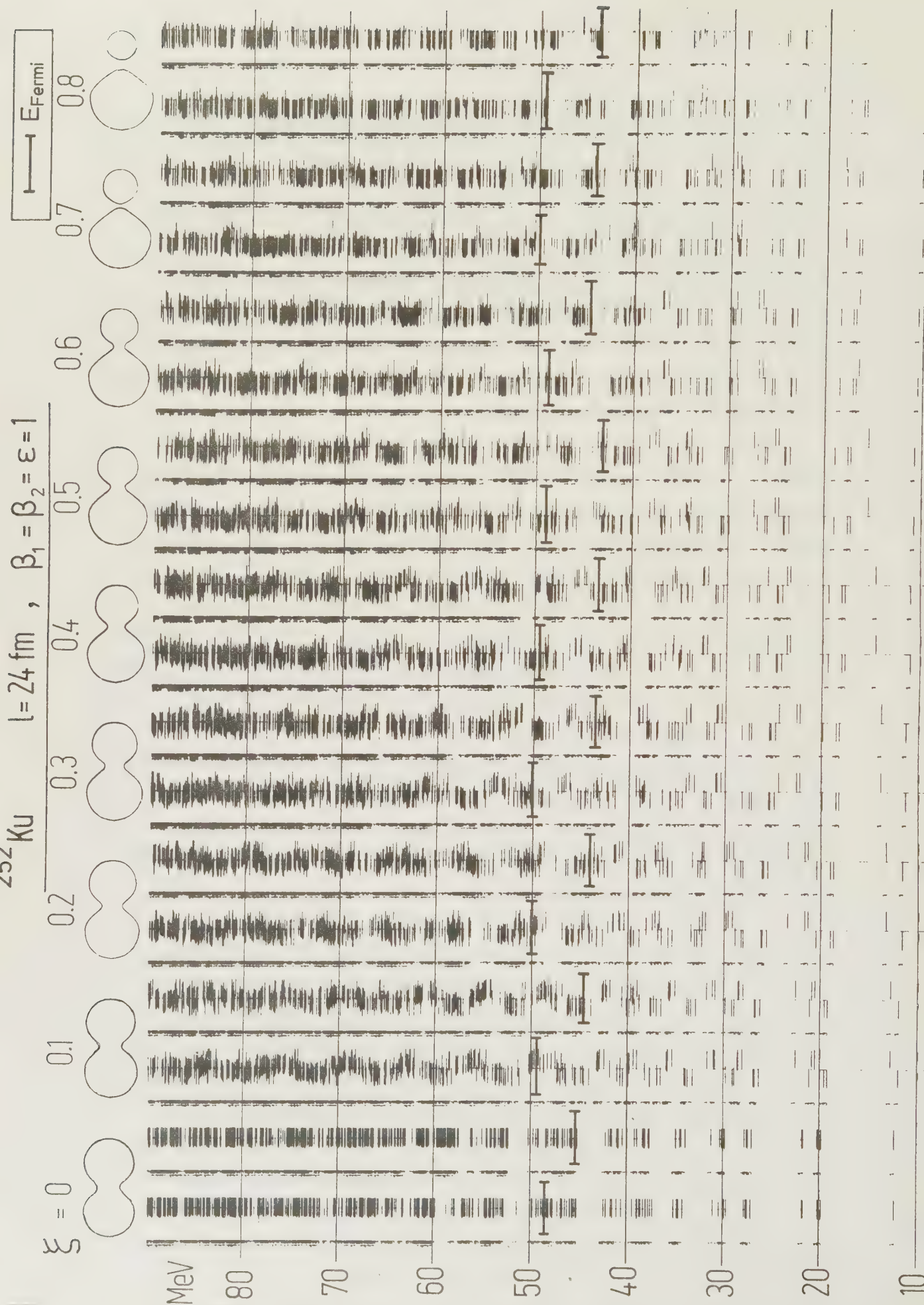


Abb. 4.1 Neutronen- und Protonenniveaus (s. Text).

Das Standardverfahren versagt also, weil es nicht berücksichtigt, daß die Niveaus asymptotisch zu einem bestimmten Fragment gehören und deshalb für getrennte Kerne bei der Berechnung des Durchschnittes nicht vermischt werden dürfen. Die oben beschriebenen Mängel können behoben werden, wenn es gelingt, stetig von der vollständigen Mischung der Niveaus beim Compoundkern zur vollständigen Entmischung bei weit getrennten Kernen überzugehen. Dieser Übergang kann mit den Quadraten der Einteilchenwellenfunktionen bewerkstelligt werden. Die Quadrate der Wellenfunktionen, integriert über ein Fragment, geben ja gerade die Wahrscheinlichkeit an, mit der sich ein Nukleon, welches das Niveau besetzt, in diesem Fragment aufhält. Beim Compoundkern (und beim symmetrischen binären Aufbruch unabhängig von der Kernlänge) ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit in jedem Fragment gleich, die Spektren sind vollständig gemischt. Im Verlauf einer asymmetrischen Spaltung konzentriert sich jede Wellenfunktion dagegen mehr und mehr in einem der Fragmente /MAR71/.

Die Lösung des Problems besteht also darin, die Niveaudichten $g(E)$ und $\tilde{g}(E)$ (in der Schreibweise von /BRA73/) innerhalb der Summen mit der Aufenthaltswahrscheinlichkeit in dem betreffenden Fragment zu multiplizieren, und die Schalenkorrekturen für jedes Fragment gesondert zu berechnen:

$$g(E) = \sum_{i=1}^{\infty} \delta(E - \epsilon_i)$$

wird ersetzt durch

$$g_j(E) = \sum_{i=1}^{\infty} p_j(\epsilon_i) \delta(E - \epsilon_i) \quad \text{und}$$

$$\tilde{g}(E) = \sum_{i=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\gamma\sqrt{\pi}} \exp\left(-\left(\frac{E-\epsilon_i}{\gamma}\right)^2\right) + K(E - \epsilon_i) \right]$$

wird ersetzt durch

$$\tilde{g}_j(E) = \sum_{i=1}^{\infty} p_j(\varepsilon_i) \left[\frac{1}{\gamma \sqrt{\pi}} \exp\left(-\left(\frac{E-\varepsilon_i}{\gamma}\right)^2\right) + K(E-\varepsilon_i) \right] .$$

Dabei ist $p_j(\varepsilon_i) = \int_{F_j} |\psi_i|^2 d\tau$; der Index j zählt

die Fragmente F_j durch. $K(E - \varepsilon_i)$ sind Korrekturterme, welche die langreichweitigen Oszillationen der Niveaudichte erhalten sollen.

Die Schalenkorrektur für eine Nukleonensorte (Protonen oder Neutronen) des Fragments j ist gegeben durch

$$\delta U_j = E_{\text{ges}}^{(j)} - \tilde{E}_{\text{ges}}^{(j)} ,$$

mit der Einteilchen-Gesamtenergie

$$E_{\text{ges}}^{(j)} = 2 \sum_i p_j(\varepsilon_i) \varepsilon_i = 2 \int_{-\infty}^{\lambda} g_j(E) E dE$$

und der geglätteten Gesamtenergie

$$\tilde{E}_{\text{ges}}^{(j)} = 2 \int_{-\infty}^{\tilde{\lambda}_j} g_j(E) E dE .$$

Die Fermikanten der geglätteten Verteilungen werden durch die Forderung festgelegt, daß die Teilchenzahl

$$N_j = \sum_i p_j(\varepsilon_i) = \int_{-\infty}^{\tilde{\lambda}_j} g_j(E) dE \quad (1) .$$

Die Summationen gehen jeweils bis zur Einteilchen-Fermikante λ . Diese ist für alle Fragmente gleich, da die Besetzungsvorschrift fordert, daß die vorhandenen Einteilchenniveaus unabhängig von ihrer Fragmentzugehörigkeit von unten her aufgefüllt werden. Wegen der Normierung der Wellenfunktionen ist damit gleichzeitig sichergestellt, daß die Gesamtzahl der Nukleonen

$$N = \sum_j N_j$$

konstant und unabhängig von der Zugehörigkeit der Niveaus zu den einzelnen Fragmenten ist. Die gesamte Schalenkorrektur eines Kernes erhält man durch Summation der δU_j über alle Fragmente und über die beiden Nukleonensorten.

In Abb. 4.2 sind die mit dem hier beschriebenen Verfahren berechneten Schalenkorrekturen für die Fusionsfläche des Systems $^{252}_{104}\text{Ku}$ ($l = 24$ fm und $l = 26$ fm, $\beta_1 = \beta_2 = \varepsilon = 1$) mit den Ergebnissen des Standardverfahrens und mit den schematischen Schalenkorrekturen nach Myers und Swiatecki /MYE66/ verglichen. Bei $l = 26$ fm sind die Schalenkorrekturen aus den Seeger-Tafeln /SEB70/ mit eingezeichnet worden. Die Seeger-Werte zeigen als Funktion von ξ eine ähnliche Struktur; die absolute Größe kann aber nicht verglichen werden, da die Seeger-Werte in den Deformationen der beiden Fragmente minimiert sind. - Man sieht, daß die Änderungen der Schalenkorrekturen in allen Fällen auf die Summe der schematischen Schalenkorrekturen für weit getrennte Kerne hin erfolgt. Ein vollständiges Übereinstimmen wird man nicht erwarten können. Erstens haben die Niveaus über der Fermikante, die auch in das Mittelungsverfahren eingehen, bei den hier betrachteten Kernlängen noch eine endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit in beiden Potentialtöpfen (s. Abb. 4.1, z.B. für $\xi=0,7$ und $E \geq 70$ MeV); die Fragmente sind in diesem Sinne noch nicht weit genug getrennt. Zweitens handelt es sich bei den Werten nach /MYE66/ um schematische Schalenkorrekturen, die nicht in jedem Fall mit denen, die im ZZSM berechnet wurden, übereinstimmen werden.

Abb. 4.3 zeigt den Vergleich der Gesamtenergien, die man durch Addition der Schalenkorrekturen aus Abb. 4.2 und

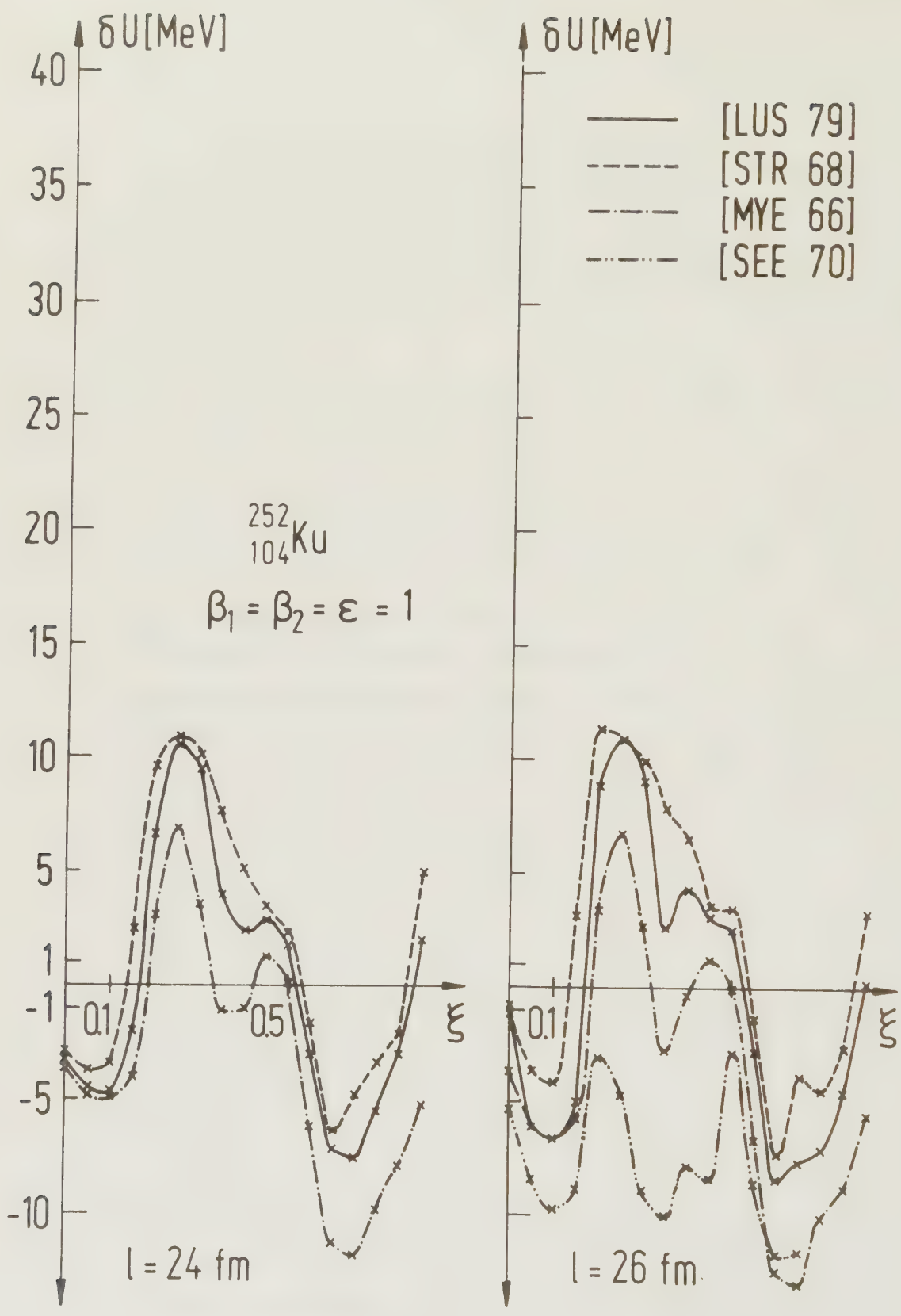


Abb. 4.2 Vergleich der Schalenkorrekturen, die nach unterschiedlichen Verfahren berechnet wurden (s. Text).

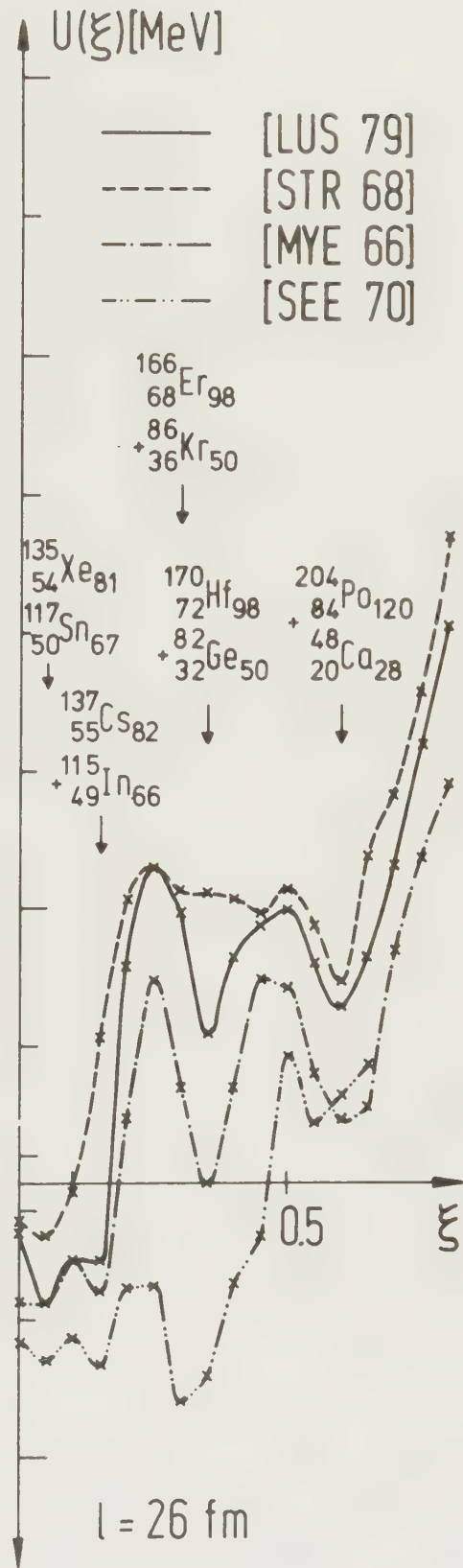
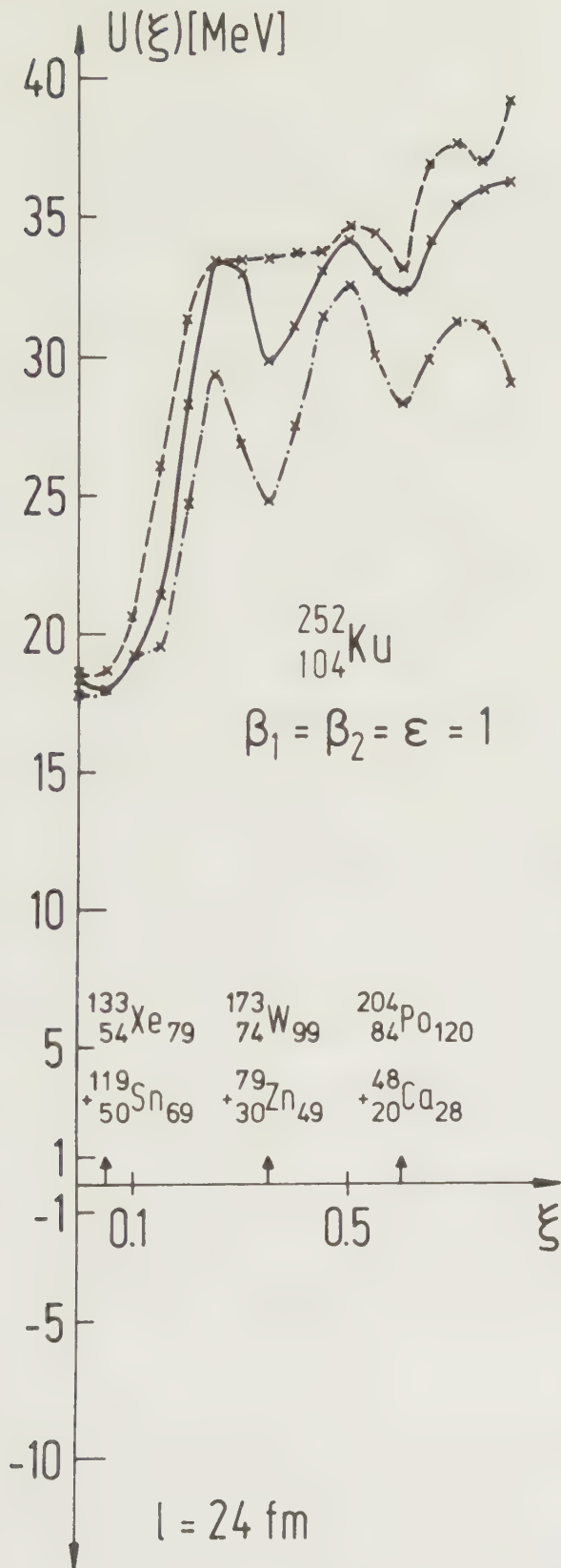


Abb. 4.3 Schalenkorrekturen aus Abb. 4.2 plus Tropfenmodellenergie.

der Tropfenmodellenergie für die betreffende Kernform erhält. Wie erwartet ändert sich die Struktur der Fläche besonders in der Nähe der ξ -Werte, für welche die Protonen oder Neutronen des leichten Partners eine abgeschlossene Schale bilden ($\xi \approx 0,05$ entspricht $Z_L \approx 50$ und $\xi \approx 0,35$ entspricht $N_L \approx 50$). - Einige Protonen- und Neutronenzahlen nach Gleichung 4.1 sind in Abb. 4.3 angegeben. Es fällt auf, daß sich diese mit den Einteilchenwellenfunktionen berechneten Nukleonenzahlen als Funktion von ξ an einigen Stellen nur sehr wenig ändern (vor allem bei $l = 26$ fm, $0,05 \leq \xi \leq 0,15$). Die Einteilchenspektren in Abb. 4.1 für $\xi = 0,1$ machen für dieses Beispiel deutlich, warum dies so ist. In der Nähe der Fermikante sind alle Neutronenniveaus im rechten, alle Protonenniveaus im linken Fragment lokalisiert. Kleine Änderungen in der Volumenasymmetrie ξ des Tropfenmodells führen in erster Linie zu kleinen Verschiebungen der Lage der Einteilchenniveaus im Energiespektrum. Die Nukleonenzahlen nach Gleichung 4.1, die ebenfalls mit den Einteilchenwellenfunktionen berechnete Massenasymmetrie η (siehe Kap. 2) und die analog definierte Ladungsasymmetrie η_Z ändern sich wegen der Besetzungsvorschrift (s. o.) aber nur dann wesentlich, wenn sich Niveaus mit unterschiedlichen Aufenthaltswahrscheinlichkeiten in den Fragmenten an der Fermikante kreuzen. Für $\xi \approx 0,1$ ist dies nicht der Fall und $\eta(\xi)$ verläuft fast horizontal.

Abb. 4.4 zeigt η und η_Z als Funktion von ξ . Schon hier in der Nähe des Abreißpunktes deutet sich also an, daß diese Funktionen für getrennte Fragmente ein treppenförmiges Verhalten zeigen werden /FIN74b/. Die Werte der Schalenkorrekturen spiegeln diese Tendenz wieder, wenn sie für jedes Fragment getrennt berechnet werden ($\delta U(\xi=0,05) \approx \delta U(\xi=0,10) \approx \delta U(\xi=0,15)$), während sich bei gemeinsamer Berechnung beträchtliche Unterschiede ergeben können ($\delta U(\xi=0,15) = \delta U(\xi=0,10) + 7,5$ MeV bei $l = 26$ fm).

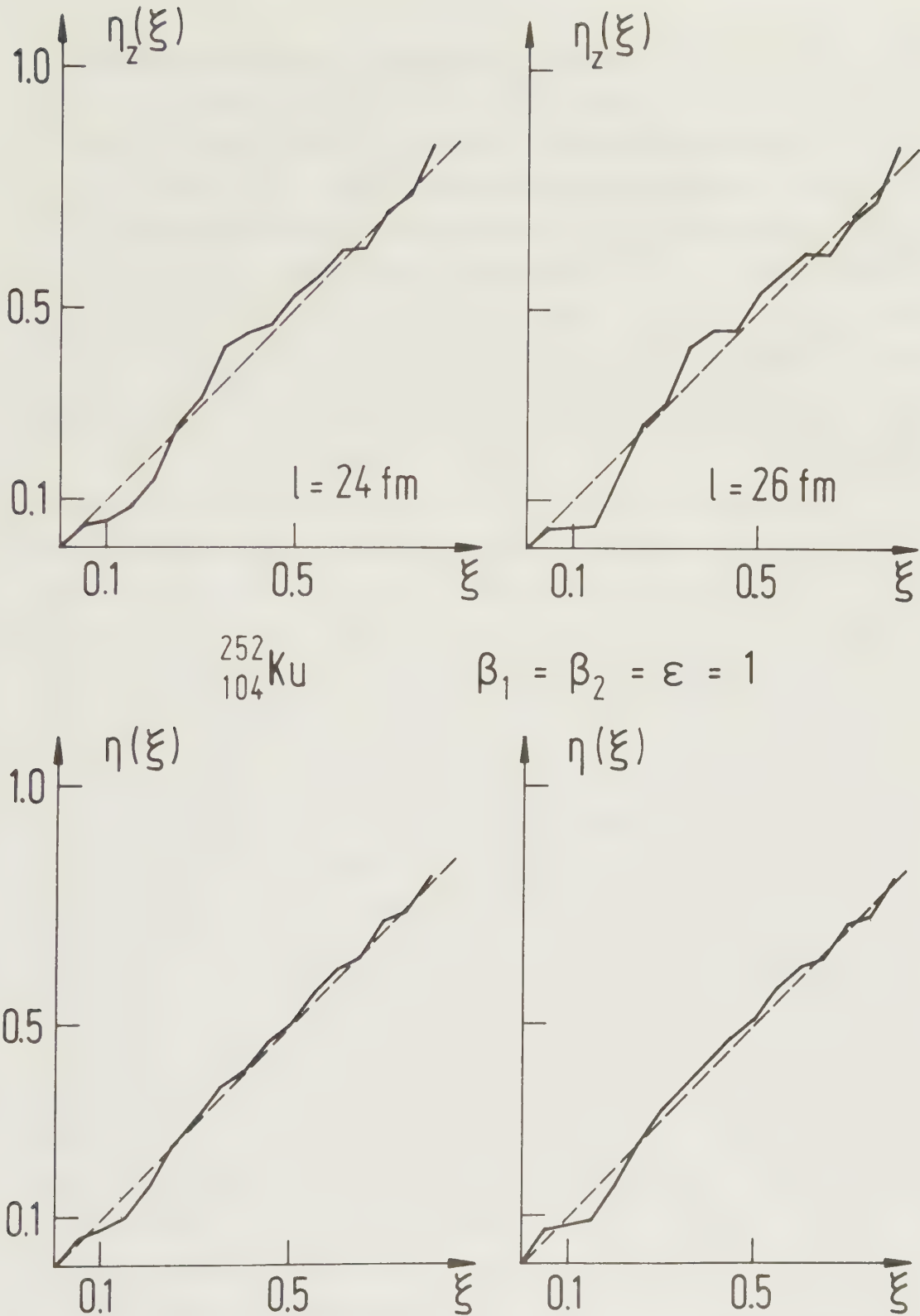


Abb. 4.4 Die mit den Einteilchen-Wellenfunktionen berechnete Ladungs- und Massenasymmetrie als Funktion der Volumenasymmetrie.

Abb. 4.1 kann man weiterhin entnehmen, daß der leichte Partner bei stark asymmetrischen Konfigurationen nur sehr wenig Niveaus unterhalb der Fermikante besitzt. $\xi = 0,8$ entspricht z.B. der Fragmentation $^{228}_{96}\text{Cm} + ^{24}_8\text{O}$, mit nur vier Protonenniveaus im rechten Kern! Das Strutinsky-Verfahren ist ein statistisches Verfahren, das für so wenig Niveaus nur eine sehr begrenzte Aussagekraft hat. Eine der Aufgaben für die Zukunft wird es deshalb sein, das hier vorgeschlagene Schalenkorrekturverfahren so zu modifizieren, daß es dann auch für große Massenasymmetrien gültig ist.

5. Stark-asymmetrische Spaltung

Es gibt in der Literatur einige Hinweise darauf, daß bei der Spaltung von Aktiniden stark asymmetrische Fragmentpaar auftreten.

Experimente

Beim Auswerten von Uran-Spaltspuren in Kernspuremulsionen fanden de Carvalho und Mitarbeiter, daß die Verteilung der Spurlängen zwei deutlich voneinander getrennte Maxima aufwies, eines bei etwa $10\text{ }\mu\text{m}$, ein anderes bei $24\text{ }\mu\text{m}$ /CAR76, CAR77/. Die längeren Spuren rührten von den bekannten Spaltfragmenten des Uran her, während die Herkunft der kurzen Spuren unklar war. Die Länge einer Spur hängt sowohl von der Ladung als auch von der Energie des sie verursachenden Teilchens ab. Der Unterschied in der Bindungsenergie zwischen spaltendem System und unendlich weit getrennten Fragmenten erlaubt eine Abschätzung der kinetischen Energien der Spaltprodukte. Nach diesen Abschätzungen sind die kurzen Spuren mit der Annahme verträglich, daß sie von Ionen zwischen Neon und Nickel herrühren, die von ^{238}U emittiert wurden; der leichte Partner einer stark-asymmetrischen Spaltung kann also für sie verantwortlich gewesen sein. Die kurzen Spuren traten auch in $\text{U}(\gamma, f)$ - und $\text{U}(n, f)$ -Reaktionen auf. - Mischt man UO_2 , das eine Korngröße um $1\text{ }\mu\text{m}$ hat, in eine Kernspuremulsion, so kann man nach dem Entwickeln den Ursprung der Spuren deutlich sehen. Neben den Spaltereignissen, bei denen zwei Spuren einen Winkel von ca. 180° bildeten (two-prong events) traten eine ganze Reihe von Einspur-Ereignissen (one-prong events) auf. Die Einzelspuren waren wiederum etwa halb so lang wie die Gesamtspaltspur der Zweifachereignisse /CAR77/ und könnten somit von einer stark-asymmetrischen Spaltung herrühren. - Ähnliche Ergebnisse wurden mit Hilfe der 'Mica-sandwich-Technik' erhalten. Uran, das sich zwischen zwei Mica-

plättchen befand, wurde mit 8,86 MeV Photonen bestrahlt. Nach dem Ätzen zeigten die Micaplättchen eine ganze Reihe von Einspurereignissen.

Die Autoren verweisen darauf, daß das Auftreten von Neon und Argon bei der stark-asymmetrischen Spaltung von ^{238}U (und evtl. ^{232}Th) für die unerwarteten Isotopenverhältnisse dieser Edelgase in einigen radioaktiven Mineralien verantwortlich sein könnte. Die Isotopenverhältnisse $^{21}\text{Ne}/^{20}\text{Ne}$ und $^{38}\text{Ar}/^{36}\text{Ar}$ sind in einigen dieser Mineralien mehr als hundertmal so groß wie in der Atmosphäre /FLE53, WET54/. Die Erklärung, die dies auf Kernreaktionen mit α -Teilchen und Spaltneutronen zurückführt, ist meines Wissens nicht schlüssig, da zwar die absoluten Ausbeuten, nicht aber die Verhältnisse der Isotope von den in Frage kommenden Reaktionen wesentlich beeinflußt werden (siehe /FLE53, WET54/). - Eine völlig andere Interpretation wird von S. P. Rosen /ROS75/ vorgeschlagen. Er sieht hier einen möglichen Hinweis auf den Zerfall des Protons. Für Argon z.B. käme dieser Prozeß tatsächlich in erster Linie ^{38}Ar zugute, da ^{39}K etwa 93,10 % des natürlichen Kalium ausmacht. Ähnliches gilt für ^{22}Ne , $^{84,86}\text{Kr}$ und ^{132}Xe . Die relative Häufigkeit von ^{21}Ne kann so jedoch nicht erklärt werden, da ^{22}Na nicht stabil ist! Voraussetzung für diese Interpretation ist aber, daß der von einigen Eichtheorien vorausgesagte Zerfall des Protons so geschieht, daß der Kern als ganzes mit einer endlichen Wahrscheinlichkeit überlebt, ohne weitere Nukleonen abzugeben. Einige Zerfallskanäle, bei denen dies möglich sein könnte, werden von Rosen diskutiert (so z.B. $p \rightarrow e^+ + 5\nu + 5\bar{\nu}$ oder $p \rightarrow (qq) + \nu$, wobei (qq) ein Diquark-system ist).

Die radiochemischen Untersuchungen von Rao und Mitarbeitern /RAO74/ enthalten einen weiteren Hinweis auf die mögliche Existenz stark-asymmetrischer Ereignisse in der

Spaltung von Uran. Sie maßen die Ausbeute der Massen 66, 67, 72, 77, 161, 172, 175 und 177 in der von Reaktor-neutronen induzierten Uranspaltung. Ihre Resultate deuten an, daß der Abfall der Ausbeuten zu großen Asymmetrien hin nicht einer einfachen Gausskurve folgt, sondern eine 'Schulter' aufweist. - Die Ausbeuten in diesem Bereich sind aber sehr klein (10^{-5} bis 10^{-7} %) und die extrapolierten Werte, von denen sich ein neues Phänomen deutlich abheben sollte, hängen stark von der Anregungsenergie des Kerns ab. Zur Klärung der Frage, ob die gefundenen Abweichungen signifikant sind, halten die Autoren Versuche mit Neutronen einer festen Energie für notwendig.

D. H. Epperson untersuchte im Rahmen seiner Dissertation die Energieabhängigkeit der Massenverteilungen in der Spaltung von Neptunium-Isotopen /EPP78/. Er beschoß ^{236}U und ^{235}U mit Protonen einer Energie zwischen 6,25 und 30,0 MeV und ^{234}U mit Protonen zwischen 6,5 und 14,5 MeV. Aus der gemessenen kinetischen Energie der Spaltfragmente E_{ki} berechnete er die Fragmentmassen μ_i aus den Gleichungen

$$\mu_1 E_{k1} = \mu_2 E_{k2} \quad \text{und} \quad \mu_1 + \mu_2 = A_0 .$$

Diese Auswertung vernachlässigt die von den Fragmenten abgedampften Neutronen. Der dadurch verursachte Fehler sollte < 2 amu sein. - Ist die Anregungsenergie des Kerns größer als die Summe aus Spaltbarriere und Neutronenbindungsenergie, so kann der Kern entweder aus dem hochangeregten Zustand spalten, oder er kann zuerst ein Neutron abdampfen und dann aus einem Zustand niedrigerer Anregungsenergie spalten. In den gemessenen Ausbeuten überlagern sich also Spaltverteilungen, die von Kernen mit verschiedenen Anregungsenergien herrühren. In /EPP78/ wird ein Verfahren entwickelt, die Anteile zu separieren.

Direkt oberhalb der Schwelle für (p,nf)-Reaktionen erhält man mit dieser Methode Massenverteilungen für Kerne, deren Anregungsenergien kleiner sind als die Bindungsenergie eines Protons oder eines Neutrons. Solch kleine Anregungsenergien lassen sich in einem Einstufen-Experiment nicht erreichen. Einige der Verteilungen für Anregungsenergien zwischen 4 und 5 MeV zeigen ein deutliches Maximum bei $A = 78$ und $A = 158$ (s. Abb. 5.3), die nach Meinung des Autors mit dem doppelten Schalenabschluß bei $Z = 28$ und $N = 50$ zusammenhängen könnten. Wenn sich die von Epperson als vorläufig bezeichneten Ergebnisse in den weiteren Untersuchungen bestätigen sollten, so wäre dies der deutlichste Hinweis auf die Existenz stark-asymmetrischer Ereignisse in der Aktinidenspaltung.

Rechnungen

Um diese stark-asymmetrischen Ereignisse im Rahmen unserer Theorie zu untersuchen, wurde die SpaltPEF von ^{238}U für einige Kernlängen l als Funktion der Volumenasymmetrie ξ mit dem in den vorigen Kapiteln beschriebenen Verfahren berechnet. Abb. 5.1 zeigt ihre Äquipotentiallinien, zusammen mit dem Tropfenmodellpotential und dem Potential, bei dem die Schalenkorrekturen durch den Einfluß einer Anregungsenergie von ca. 37 MeV auf die Hälfte ihrer Grundzustandswerte reduziert sind. In Abb. 5.2 wurde die Fläche perspektivisch, unter verschiedenen Winkeln gesehen, aufgezeichnet. Diesen Abbildungen kann man entnehmen, daß der äußere Sattelpunkt für symmetrische Fragmentationen zwischen $l \approx 24$ fm und $l \approx 25$ fm liegt. Es war nicht möglich, die PEF für größere Kernlängen, als die hier gezeigten, zu berechnen. Die dann auftretenden numerischen Schwierigkeiten werden in Anhang A1 erläutert. Im Bereich des Sattelpunktes zeigt sich aber, daß neben dem Minimum bei ξ zwischen 0,1 und 0,2, das für die bekannte asymmetrische Spaltverteilung verantwortlich ist, ein

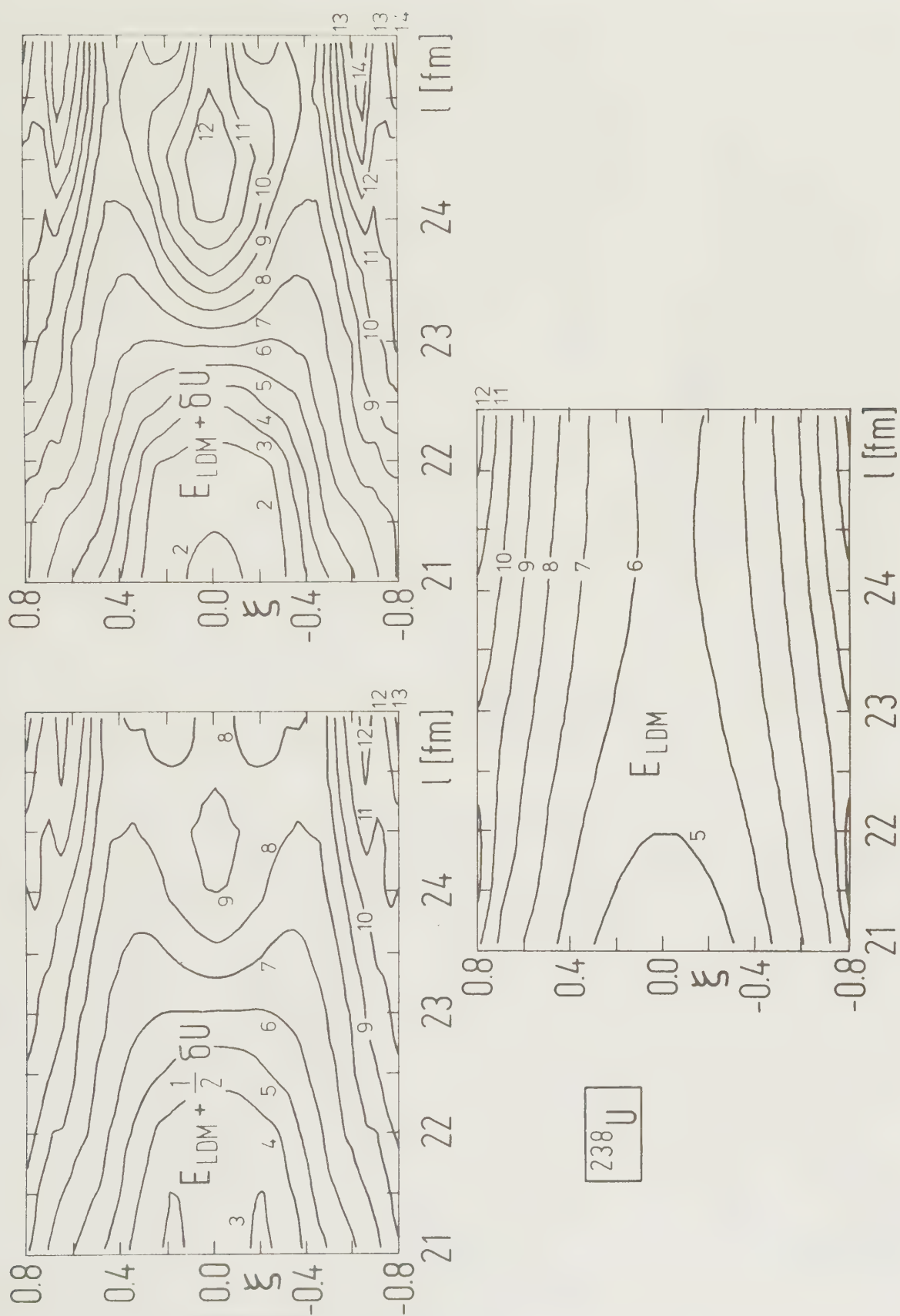


Abb. 5.1 Höhenliniendarstellung der SpaltPEF (in MeV).

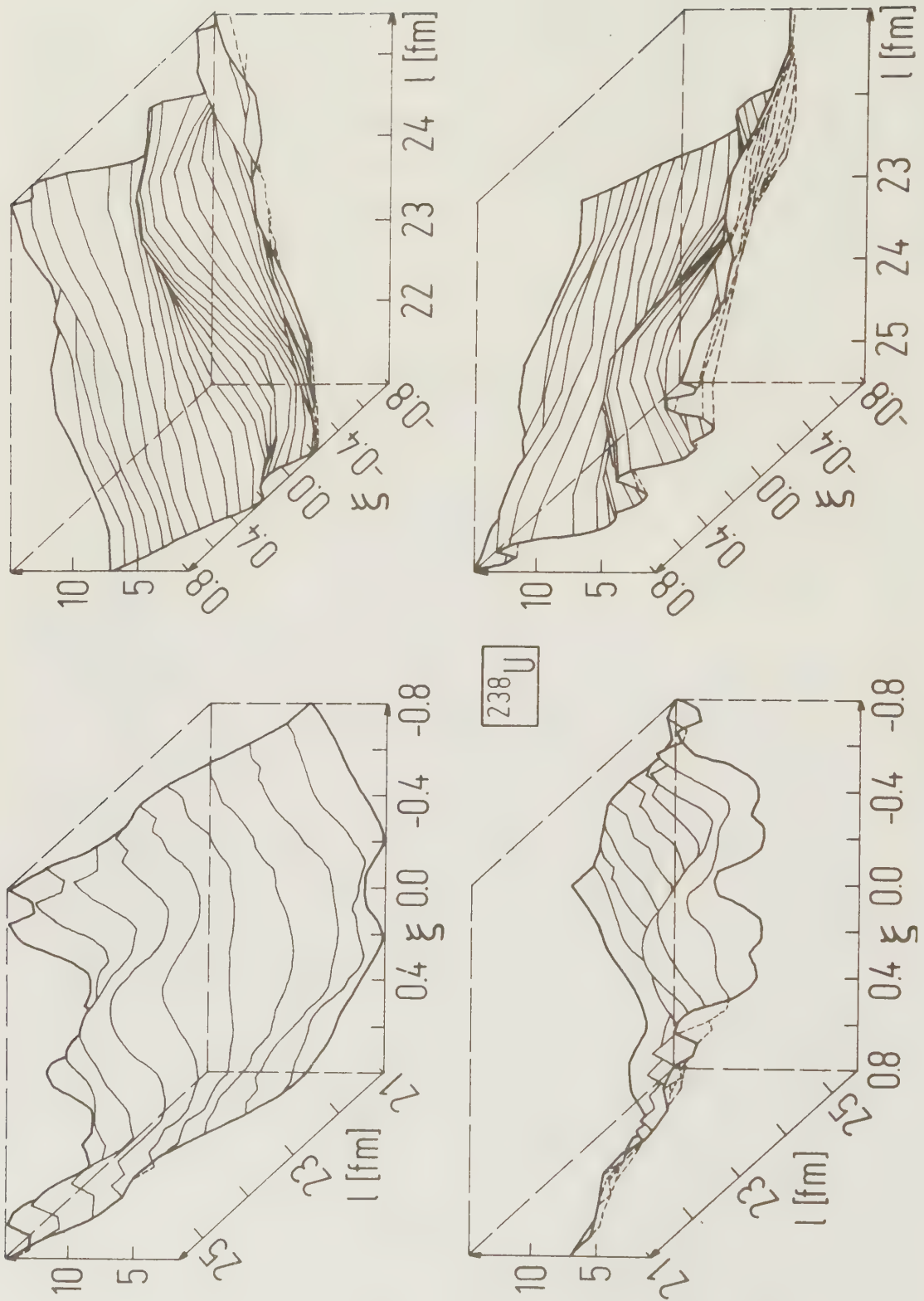


Abb. 5.2 Perspektivische Darstellung der SpaltPEF (in MeV).

weiteres Potentialminimum zwischen $\xi \approx 0,35$ und $\xi \approx 0,5$ auftritt. Das zweite Minimum sollte sich durch erhöhte Ausbeuten im Massenbereich von $A \approx 60$ bis $A \approx 80$ bemerkbar machen. Abb. 5.3 zeigt eine solche Verteilung /SAN78/, zusammen mit einer aus /EPP78/ entnommenen Kurve. Die Lage der radiochemischen 'Schultern' nach /RA074/ ist ebenfalls angedeutet. Quantitative Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment kann man nicht erwarten, da die hier berechneten Längen noch im 'Tunnelbereich' der Spontanspaltung liegen. Die endgültige Massenverteilung wird erst festgelegt werden, nachdem das Potential wieder auf die Höhe des Grundzustandes abgefallen ist /FIN74a/. An Hand der Fermiumisotope wird im nächsten Kapitel gezeigt werden, daß das hier beschriebene Modell in der Lage ist, auch einen quantitativen Vergleich mit dem Experiment zu bestehen. Die numerischen Schwierigkeiten treten dort in dem für die statische Spaltrechnung entscheidenden Teil der PEF noch nicht auf, da wegen der größeren Kernmasse der Sattelpunkt zu kleineren Längen verschoben ist /COH62, DIE73/.

Vergleich mit früheren Rechnungen

Die hier gezeigte PEF unterscheidet sich deutlich von der früher mit dem ZZSM berechneten Uranspaltfläche /MAR76/. Dort hatten sich vor allem keine Anzeichen für ein stark-asymmetrisches Minimum ergeben. Um die Ursachen für die Unterschiede herauszuarbeiten, wurde sowohl der Einfluß untersucht, den verschiedene Vorschriften zur Berechnung der Einteilchenkorrekturen auf die PEF haben, als auch die Änderungen, die sich durch das neue Minimierungsverfahren ergeben: Die verschieden berechneten Einteilchenkorrekturen beeinflussen zwar die PEF und die daraus berechneten Spaltverteilungen, der Hauptunterschied zu früher liegt aber im geänderten Minimierungsverfahren.

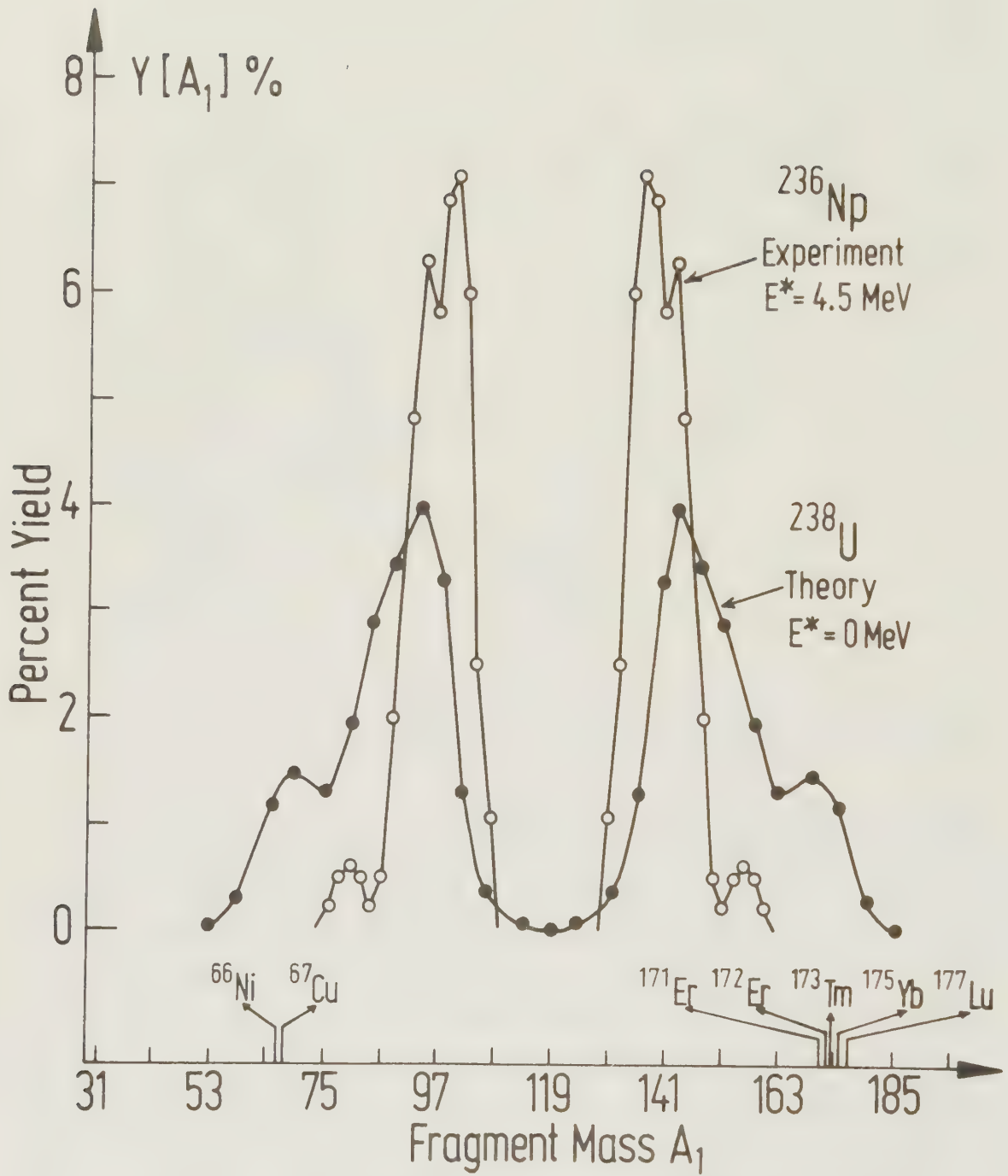


Abb. 5.3 Theoretische und experimentelle Massenverteilung /SAN78/ (s. Text).

Die Einteilchenkorrekturen

In Kapitel 4 wurde gezeigt, daß die Berücksichtigung der Zugehörigkeit der Niveaus zu den einzelnen Fragmenten bei der Berechnung der Schalenkorrekturen erheblichen Einfluß auf die Struktur der PEF haben kann. Dies gilt vor allem für die Fusionsfläche, da dort der Einfluß der Fragmente besonders stark ist. Abb. 5.4 zeigt, daß sich die Fragmentzugehörigkeit der Niveaus auch in der Spaltfläche bemerkbar macht, sobald die äußere Barriere überschritten ist. Für $l = 26$ fm fällt auf, daß das stark-asymmetrische Minimum sehr viel stärker zutage tritt, wenn nach der in dieser Arbeit vorgeschlagenen Methode gerechnet wird. Das Potential ist dort ca. 1 MeV tiefer als das mit dem herkömmlichen Strutinsky-Verfahren berechnete.

Ähnliche Unterschiede zeigen sich auch zwischen PEF, bei denen die Paarkraftkorrektur δP nach verschiedenen Vorschriften berechnet wurden. Die Verfahren von Nilsson /NIL69/, Mosel /MOS72/ und Strutinsky /STR67/ unterscheiden sich in der Anzahl der Niveaus in der Nähe der Fermikante, die bei der Lösung der BCS-Gleichungen berücksichtigt werden, sowie in der Stärke der Paarkraft. Abb. 5.5 zeigt, daß die Struktur der Funktion $\delta P(\xi)$ für alle drei Vorschriften ähnlich ist, daß sich die Größe der Schwankungen dagegen unterscheidet. Bei früheren Rechnungen hatte sich gezeigt, daß ähnliche Unterschiede in den Barrierenhöhen auftraten, wenn man $\delta P(l)$ für festes ξ betrachtete; dort wirkt sich der Unterschied auf die Tunnelwahrscheinlichkeiten und damit auf die Lebensdauern der spaltenden Systeme aus. - In Abb. 5.6 ist der Einfluß der Verfahren zur Berechnung der Einteilchenkorrekturen für die Kernlänge $l = 26$ fm noch einmal zusammengefaßt. Im unteren Teil der Abbildung wird das auf $A = 119$ ($\xi = 0$) normierte Potential, im oberen Teil die Massenausbeute für das leichte Fragment dargestellt. $B_{\xi\xi}$

^{238}U fission PES

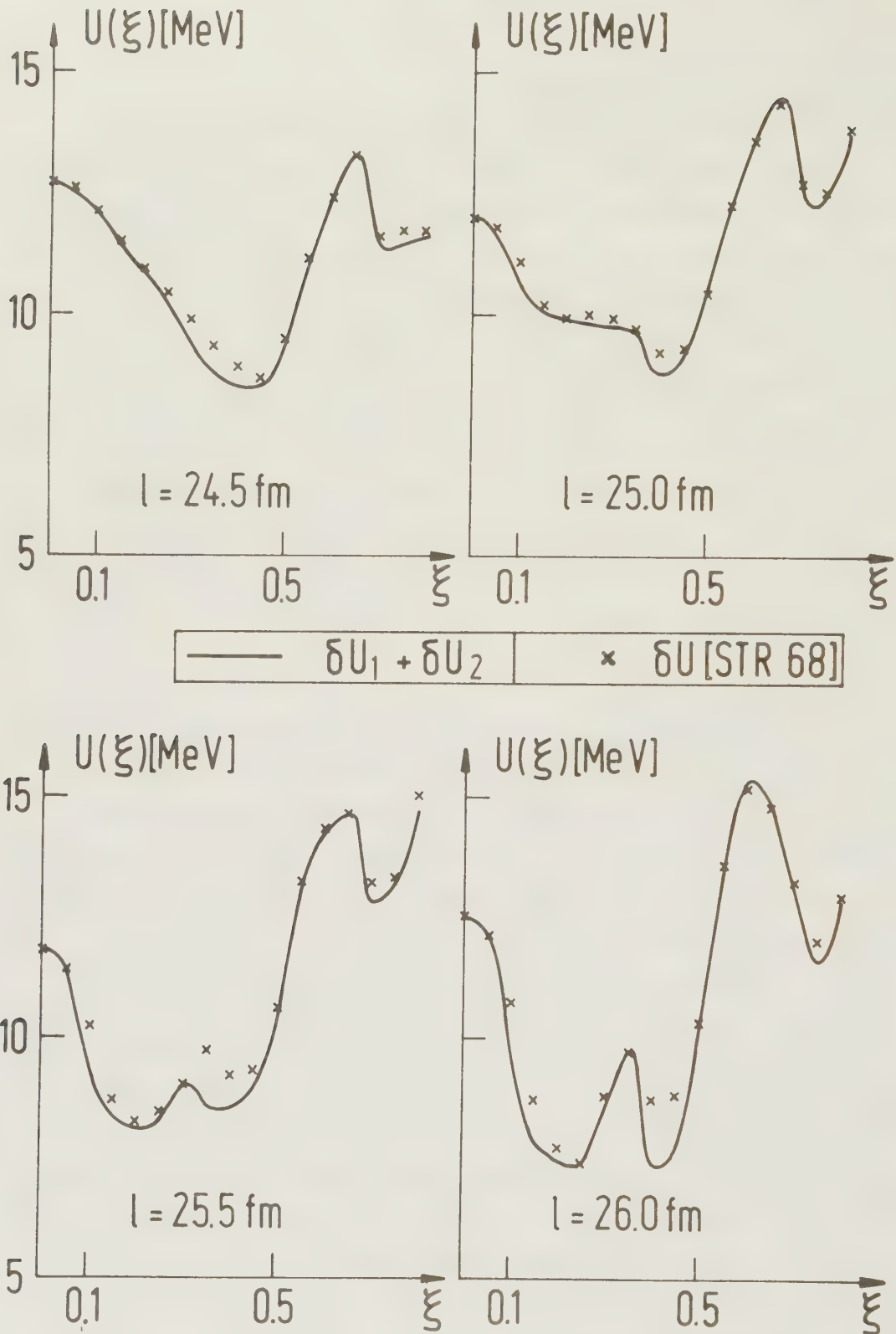


Abb. 5.4 Schnitte durch die SpaltPEF für verschiedene Kernlängen. Durchgezogene Linien: δU nach Kap. 4; Kreuze: δU nach /STR68/.

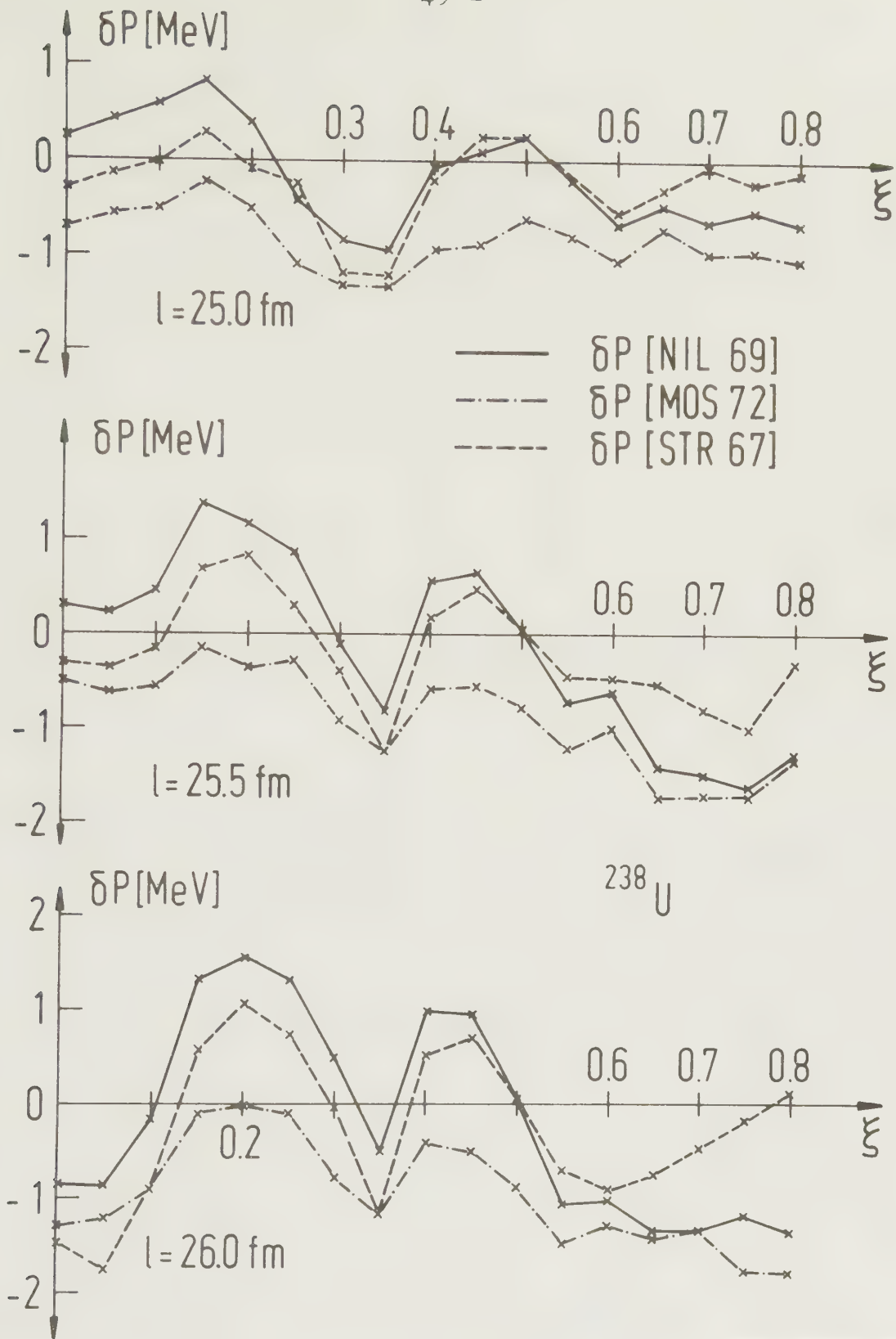


Abb. 5.5 Paarkraftkorrekturen, nach verschiedenen Vorschriften berechnet.

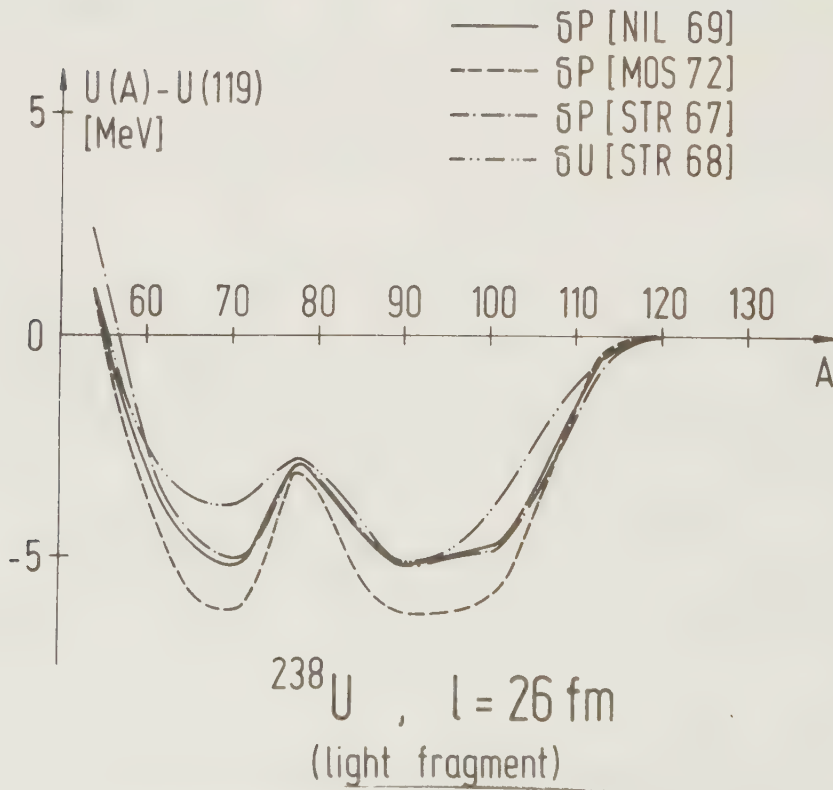
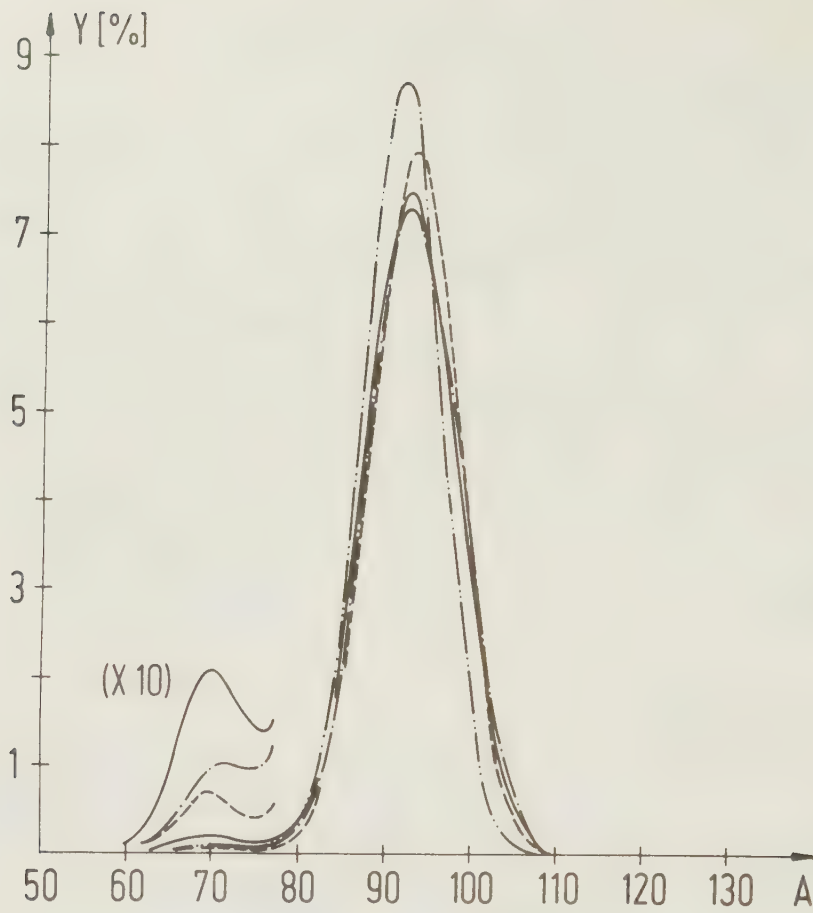


Abb. 5.6 Potentiale und Massenausbeuten bei Verwendung unterschiedlicher Verfahren zur Berechnung von δP (mit δU nach Kap. 4) und für δU nach /STR68/. (mit δP nach /NIL69/).

wurde für alle Verteilungen gleich $1 \times 10^4 \text{ fm}^2 m_N$ gesetzt, um den Einfluß dieser Größe auf die Massenverteilungen auszuschalten (er wird im nächsten Kapitel besprochen). Der stark-asymmetrische Teil wurde groß herausgezeichnet. Wie er verläuft, hängt offensichtlich empfindlich davon ab, wie die zugrunde liegende PEF berechnet wurde. Bei Verwendung des herkömmlichen Strutinsky-Verfahrens macht sich die Potentialmulde nur als Schulter bemerkbar, wenn die berechneten Ausbeuten logarithmisch aufgetragen werden.

Die hier besprochenen schematischen Studien zeigten, daß in der Nähe der äußeren Spaltbarriere ein zweites Potentialminimum vorhanden ist, unabhängig von der Methode, mit der die Einteilchenkorrekturen berechnet werden. Details der vorausgesagten Massenverteilungen wie Lage, Höhe und Breite des normalen und des stark-asymmetrischen Maximums hängen dagegen von diesen Vorschriften ab.

Die Minimierungsmethode

Die in dieser Arbeit gezeigten Spaltflächen wurden dadurch berechnet, daß die Tropfenmodellenergie in den Deformationen und dem Einschnürungsparameter minimiert wurden. Die Einteilchenkorrekturen für die so gewonnenen Kernformen wurden zum Tropfenmodellpotential addiert (s. Kap. 2). In den früheren Rechnungen wurde dagegen die Gesamtenergie minimiert /MAR74/. Um ein Gefühl dafür zu bekommen, wie das Potential in der Nähe des Tropfenmodellminimums aussieht, wurden die Gesamtenergien für ^{238}U , $l = 25,5 \text{ fm}$, $\epsilon = 0,05$, ξ von 0,0 bis 0,6 in Schritten von 0,1 als Funktion der Deformationen $Q_1 = 1/\beta_1$ und $Q_2 = 1/\beta_2$ berechnet. Die Ergebnisse sind in Tab. 5.1 enthalten. Das Minimum der Gesamtenergie liegt immer außerhalb des berechneten Bereichs, ist also recht weit vom Tropfenmodellminimum entfernt. Der Gradient der Fläche ist an den meisten Stellen recht groß. Tab. 5.2 enthält die mit dem Cranking-Modell berechneten

ξ	= 0,0	Q_2	= 1,0	10,1	11,0	12,8	
Q_{1m}	= 0,87		0,9	11,4	11,8	12,3	12,8
Q_{2m}	= 0,87		0,8	12,1	12,2	11,8	11,0
E_{ges}	= 11,8 MeV		0,7	12,0	12,1	11,4	10,2
E_{LDM}	= 5,7 MeV		Q_1	= 0,7	0,8	0,9	1,0
ξ	= 0,1	Q_2	= 1,1	9,8	11,2	12,7	9,9
Q_{1m}	= 0,82		1,0	11,2	10,9	10,6	10,5
Q_{2m}	= 0,91		0,9	11,5	9,8	9,1	8,8
E_{ges}	= 9,5 MeV		0,8	11,2	10,3	8,9	7,4
E_{LDM}	= 5,8 MeV		Q_1	= 0,7	0,8	0,9	1,0
ξ	= 0,2	Q_2	= 1,1	11,4	11,1	8,9	8,2
Q_{1m}	= 0,78		1,0	11,2	10,6	8,3	6,0
Q_{2m}	= 0,96		0,9	11,2	10,4	8,0	5,4
E_{ges}	= 8,1 MeV		0,8	11,2	9,8	8,0	5,7
E_{LDM}	= 6,2 MeV		Q_1	= 0,6	0,7	0,8	0,9
ξ	= 0,3	Q_2	= 1,2	11,4	12,4	9,5	6,6
Q_{1m}	= 0,74		1,1	11,4	11,2	8,2	4,9
Q_{2m}	= 1,03		1,0	11,1	10,1	7,5	3,4
E_{ges}	= 9,0 MeV		0,9	10,7	9,6	7,4	3,0
E_{LDM}	= 6,8 MeV		Q_1	= 0,6	0,7	0,8	0,9
ξ	= 0,4	Q_2	= 1,3	10,9	10,2	8,7	7,3
Q_{1m}	= 0,69		1,2	11,1	10,7	8,4	6,3
Q_{2m}	= 1,11		1,1	11,6	10,8	8,2	6,1
E_{ges}	= 8,5 MeV		1,0	11,6	10,3	7,7	5,7
E_{LDM}	= 7,5 MeV		Q_1	= 0,5	0,6	0,7	0,8

Tabelle 5.1 (Teil 1 von 2)

ξ	= 0,5	Q_2	= 1,4	12,1	11,7	8,2	4,5
Q_{1m}	= 0,64		1,3	12,9	12,3	8,6	5,0
Q_{2m}	= 1,23		1,2	13,3	12,3	8,5	5,6
E_{ges}	= 10,3 MeV		1,1	13,1	11,5	8,2	6,1
E_{LDM}	= 8,3 MeV						
			Q_1	= 0,5	0,6	0,7	0,8

ξ	= 0,6	Q_2	= 1,5	14,0	14,0	12,6	8,8
Q_{1m}	= 0,59		1,4	15,0	14,1	11,8	10,7
Q_{2m}	= 1,38		1,3	15,3	13,8	11,5	9,1
E_{ges}	= 14,2 MeV		1,2	14,5	13,9	11,5	12,4
E_{LDM}	= 9,4 MeV						
			Q_1	= 0,5	0,6	0,7	0,8

Tabelle 5.1 (Teil 2 von 2)

Parameter und Energien der Spaltfläche für ^{238}U ,
 $l = 25,5$ fm, sowie Gesamtenergien (in MeV) für
 $\epsilon = 0,05$ als Funktion der Deformationen $Q_i = 1/\beta_i$
in der Umgebung des Tropfenmodellminimums.

$\xi = 0,0$

Q_2	$B_{Q_1 Q_1}$				$B_{Q_2 Q_2}$			
1,0	18,5	42,4			16,4	19,3	26,9	
0,9	13,6	13,3	26,9		9,3	7,4	13,3	42,4
0,8	14,5	7,4	19,3		4,5	14,5	13,6	18,5
0,7	4,5	9,3	16,4					
$Q_1 =$	0,7	0,8	0,9	1,0	0,7	0,8	0,9	1,0

$\xi = 0,1$

Q_2	$B_{Q_1 Q_1}$				$B_{Q_2 Q_2}$			
1,1	31,3	25,0	61,9		7,0	8,4	18,1	25,7
1,0	13,1	25,3	37,5		4,6	16,7	17,9	34,4
0,9	7,9	19,2	25,3		9,0	11,6	8,4	14,5
0,8	10,7	19,0	22,4					
$Q_1 =$	0,7	0,8	0,9	1,0	0,7	0,8	0,9	1,0

$\xi = 0,2$

Q_2	$B_{Q_1 Q_1}$				$B_{Q_2 Q_2}$			
1,1	24,5	38,5	39,5		7,2	5,8	5,4	14,7
1,0	13,6	33,1	55,9		7,6	11,7	9,3	11,2
0,9	10,0	20,4	56,8		4,7	9,9	25,3	17,8
0,8	9,4	15,5	39,5					
$Q_1 =$	0,6	0,7	0,8	0,9	0,6	0,7	0,8	0,9

$\xi = 0,3$

Q_2	$B_{Q_1 Q_1}$				$B_{Q_2 Q_2}$			
1,2	40,1	72,4	124		9,6	7,0	12,2	19,8
1,1	22,6	51,3	114		5,9	7,3	11,5	28,0
1,0	17,7	46,9	77,2		7,3	10,8	26,4	26,2
0,9	12,2	35,6	54,5					
$Q_1 =$	0,6	0,7	0,8	0,9	0,6	0,7	0,8	0,9

Tabelle 5.2 (Teil 1 von 2)

$$\xi = 0,4$$

Q_2	$B_{Q_1 Q_1}$				$B_{Q_2 Q_2}$			
1,3	73,3	44,3	122		5,2	5,9	4,5	14,4
1,2	65,7	32,4	139		3,7	16,4	13,0	10,4
1,1	50,7	26,5	104		2,9	9,5	16,9	7,8
1,0	64,1	33,0	57,8					
$Q_1 =$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,5	0,6	0,7	0,8

$$\xi = 0,5$$

Q_2	$B_{Q_1 Q_1}$				$B_{Q_2 Q_2}$			
1,4	53,8	97,5	106		4,0	2,1	5,9	6,6
1,3	50,9	98,5	95,6		4,1	16,8	6,5	5,2
1,2	32,6	53,4	64,9		4,2	12,4	14,3	13,7
1,1	57,1	50,8	27,1					
$Q_1 =$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,5	0,6	0,7	0,8

$$\xi = 0,6$$

Q_2	$B_{Q_1 Q_1}$				$B_{Q_2 Q_2}$			
1,5	98,3	48,6	49,1		3,2	8,0	2,8	5,2
1,4	89,0	44,8	35,4		3,7	12,6	6,8	20,8
1,3	63,5	50,4	29,7		14,4	7,1	15,5	8,6
1,2	61,6	55,4	15,3					
$Q_1 =$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,5	0,6	0,7	0,8

Tabelle 5.2 (Teil 2 von 2)

Kollektive Massen $B_{Q_1 Q_1}$ und $B_{Q_2 Q_2}$ für ^{238}U , $l = 25,5 \text{ fm}$,
 $\varepsilon = 0,05$, als Funktionen der Deformationen in der
 Umgebung des Tropfenmodellminimums [$10^2 \text{ fm}^2 m_N$]

tragen Massen $B_{Q_1 Q_1}$ und $B_{Q_2 Q_2}$ (s. Kap. 2). Die Ableitungen der BCS-Besetzungszahlen, die in die Definition der Massen eingehen, wurden durch Differenzenquotienten benachbarter Konfigurationen ersetzt. Deshalb sind die Massen in Tab. 5.2 den Mittelwerten der zu ihrer Berechnung herangezogenen Punkten zugeordnet. - Stellen großer Änderungen im Potential entsprechen Stellen großer Massen (s. Abb. 5.7 a+b). Dies ist auch nicht verwunderlich, denn der Gradient der Gesamtenergie rührt in der Nähe des Tropfenmodellminimums von den Änderungen in den Einteilchenkorrekturen her; die Massen sind aber eben gerade ein Maß für die Änderungen der Einteilchenniveaus.

Das Minimierungsverfahren war in Kapitel 2 damit begründet worden, daß die Ionen, wenn sie wieder auseinanderfliegen, stark aufgeheizt sind, und die Schaleneffekte im Ausgangskanal deshalb eine untergeordnete Rolle spielen sollten. Diese Annahme gilt sicher nicht für die Spontanspaltung. Die folgenden Überlegungen werden aber zeigen, daß der Kern auch im Grundzustand nicht die Zeit hat, seine Deformationen den Einteilcheneffekten anzupassen. Der im Tropfenmodell berechnete Spaltweg stellt somit auch eine gute Näherung eines spaltenden Systems mit wenig Anregungsenergie dar.

Nehmen wir an, das System befinde sich bei $l = 25,5$ fm für jedes ξ im Tropfenmodellminimum. Alle Geschwindigkeiten seien gleich Null. Die mittlere Beschleunigung der Deformationen Q_1 und Q_2 für festes l und ξ sind in Abb. 5.7c dargestellt, zusammen mit der Beschleunigung entlang dem Tropfenmodellspaltweg $d^2 l / dt^2$, ebenfalls für festes ξ . Diese Beschleunigungen wurden aus den in Abb. 5.7a und b gezeigten gemittelten Massen und Potentialgradienten berechnet. Die Mittelung wurde über die in Tab. 5.1 und 5.2 gegebenen Werte durchgeführt; die

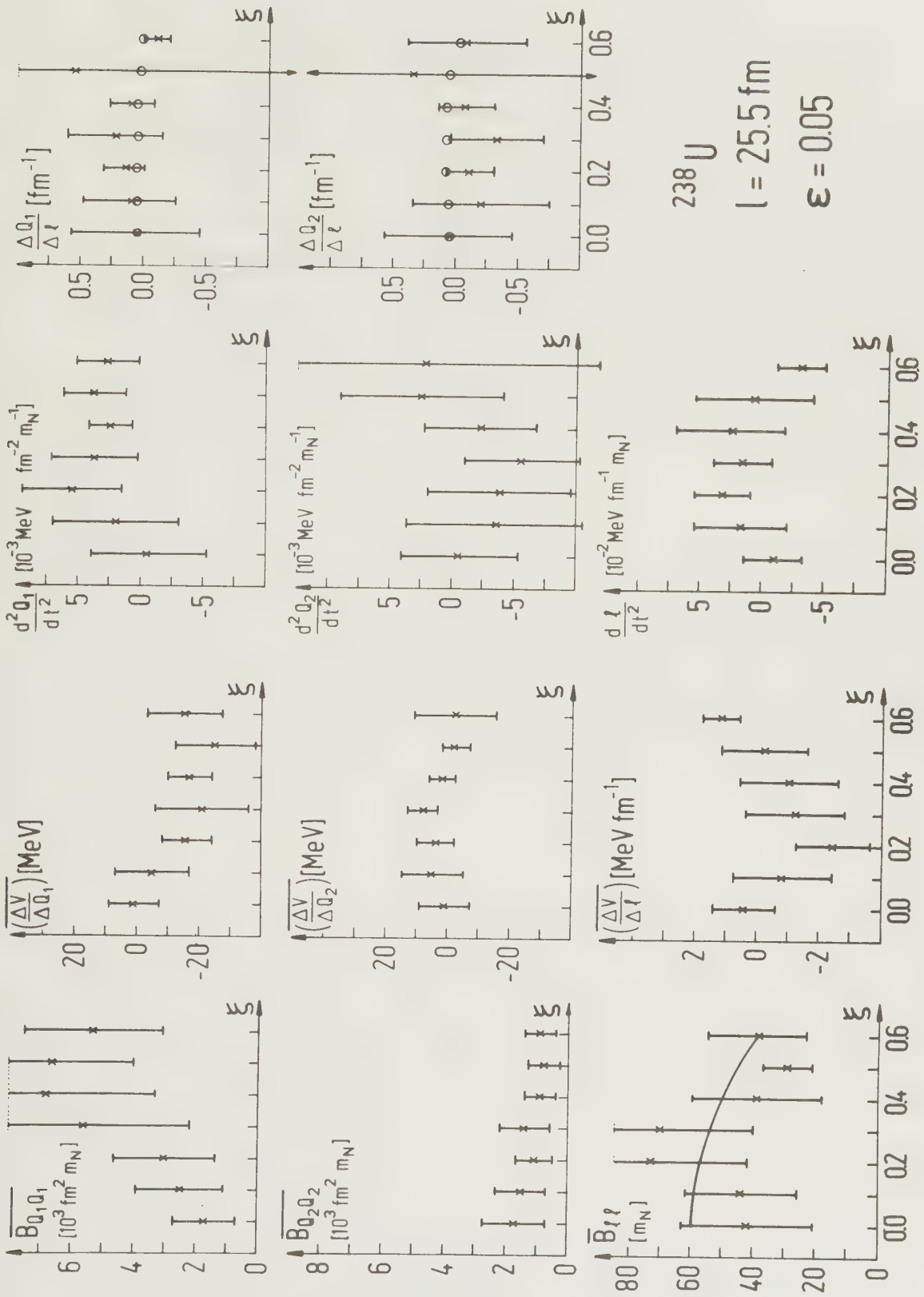


Abb. 5.7 Gemittelte Massen, Gradienten und Beschleunigungen in der Umgebung des Tropfenmodellminimums (s. Text).

Fehler sind die Standardabweichungen für diese Mittelung. Die gemittelten Mischmassen $\bar{B}_{Q_1 Q_2}$ konnten vernachlässigt werden, da es sich zeigte, daß $\bar{B}_{Q_1 Q_2}^2 \ll \bar{B}_{Q_1 Q_1} \bar{B}_{Q_2 Q_2}$. Für die l-Massen und -Potentiale wurde für jedes ξ über das Intervall $[25,0, 26,0] \otimes [\xi-0,05, \xi+0,05]$ gemittelt. Zum Vergleich ist in Abb. 5.7a (unterer Teil) die reduzierte Masse $\mu = A_0 (1-\xi^2)/4$ mit eingetragen; sie liegt in der gleichen Größenordnung wie die gemittelten l-Massen. Dies ist aber nicht zwingend nötig, da Änderungen in der Kernlänge entlang dem Spaltweg Änderungen in den Deformationen und der Einschnürung implizieren, die sich auf die Massen auswirken.

Die Fehlergrenzen in den Beschleunigungen wurden aus den Standardabweichungen der Massen und Gradienten wie folgt abgeschätzt: Sei $y(x)$ eine skalare Funktion des Vektors $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Ist jedes x_i mit dem Fehler σ_i behaftet, d.h. $x_i \approx \bar{x}_i \pm \sigma_i$, so kann y abgeschätzt werden zu /BJÖ72, S. 29/

$$\bar{y} \approx y(\bar{x}) \pm \left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 \right]^{1/2} .$$

Abb. 5.7d zeigt die Quotienten $\ddot{Q}_i/\ddot{l}$, die angeben, wie stark sich die Deformationen Q_i in der Zeit ändern, in der l sich um 1 fm vergrößert hat. Diese Änderungen müssen mit den Änderungen der Deformationen Q_i^{LDM} entlang dem Tropfenmodellspaltweg verglichen werden. $(Q_i^{\text{LDM}}(l=26, \xi) - Q_i^{\text{LDM}}(l=25, \xi))$ ist mit angegeben. Wie man sieht, stimmen sie innerhalb der Fehlergrenzen überein; d.h. wenn sich der Kern bei einer Länge im Tropfenmodellminimum befand, wird er sich auch bei der nächsten Länge noch darin befinden. In diesem Sinne ist das hier vorgeschlagene Verfahren in sich konsistent. Vergleiche mit dem Experiment müssen dann zeigen, ob die Annahme,

der Kern befinde sich einmal im Tropfenmodellminimum, vernünftig ist oder nicht. Die guten Erfolge, die mit dieser Methode bei den Fermiumspaltflächen erzielt werden konnten (s. Kap. 6), sprechen für die Richtigkeit unserer Voraussetzung.

Für $\xi = 0,5$ wurden große Deformationsänderungen berechnet, die aber auch mit extrem großen Unsicherheiten behaftet und somit nicht aussagekräftig sind. Der Grund für diese unsinnigen Werte liegt darin, daß das Potential $V(l, \xi)$ für $\xi = 0,45$ in Richtung größerer l abfällt, für $\xi = 0,55$ dagegen ansteigt. Die Mittelung ergibt dann einen Gradienten nahe Null, und der relative Fehler, der in die weiteren Rechnungen eingeht, wird entsprechend groß.

Zusammenfassend zeigt sich also, daß die Unterschiede zur früheren Uranspaltfläche auf das geänderte Minimierungsverfahren zurückzuführen sind. Neu ist vor allem die hier gemachte Voraussage stark-asymmetrischer Ereignisse, für deren Existenz gewisse experimentelle Anhaltspunkte vorliegen.

6. Die Spaltverteilungen der Fermium-Isotope

Im vorigen Kapitel wurde gezeigt, daß der Kern dem im Tropfenmodell berechneten Spaltweg folgen wird, falls er sich einmal auf ihm befindet (und solange die Spaltung adiabatisch ist). An Hand der Spaltflächen der Fermiumisotope soll hier demonstriert werden, daß die gemessenen und die mit unserem Modell berechneten Verteilungen recht gut übereinstimmen, daß unser Modell also nicht nur bequem zu handhaben und in sich konsistent ist, sondern auch die Physik beschreibt.

Die experimentellen Massenverteilungen der spontanen und neutroneninduzierten Spaltung der Fermiumisotope zeigen einen charakteristischen Übergang von einer asymmetrischen zu einer symmetrischen Verteilung, wenn die Massenzahl des spaltenden Systems von 254 auf 258 ansteigt /GIN77, HAR73, BRA63, FLY75a+b, FLY72, RAG74, JOH71, BAL71, HOF76, HOF77a/. Der Grund für diesen Übergang ist in den Schaleneffekten der Fragmente zu suchen. $^{264}_{100}\text{Fm}$ kann symmetrisch in die beiden doppeltmagischen Fragmente $^{132}_{50}\text{Sn}_{82}$ zerfallen. Der Einfluß dieser Fragmentschalenabschlüsse macht sich offensichtlich schon bei etwas leichteren Systemen bemerkbar.

Mustafa und Mitarbeiter berechneten mit dem ZZSM Potentialenergieflächen, die den Übergang von einem asymmetrischen zu einem symmetrischen Minimum zeigen /MUS73, MUS78/. Sie geben allerdings keine Massenverteilungen an, so daß ein direkter Vergleich ihrer Ergebnisse mit dem Experiment nicht möglich ist.

Der Einfluß der Fragmentschaleneffekte wird in dem 'scission point'-Modell von Wilkins, Steinberg und Chasman /WIL76/ noch stärker betont. Sie berechnen die PEF für getrennte ellipsoidal deformierte Fragmente als Funktion der Fragmentdeformationen. Ihre daraus

berechneten Massenverteilungen geben die Grobstrukturen der experimentellen Kurven der Aktinidenspaltung recht gut wieder.

Die Potentiale

Die unteren Teile der Abb. 6.1 und 6.2 zeigen die von mir berechneten Potentiale für die Isotope ^{254}Fm , ^{256}Fm , ^{258}Fm und ^{260}Fm . Der Übergang von einem asymmetrischen zu einem symmetrischen Minimum für $l = 24$ fm ist deutlich zu sehen. Die Potentiale sind auf das Tropfenmodellpotential des sphärischen Compoundkerns normiert; $l = 24$ fm ist also etwa die Kernlänge, bei der die kinetische Energie des Kerns nach dem Durchtunneln der Spaltbarriere wieder positiv wird. Diese Länge wird deshalb allen Rechnungen zugrunde gelegt /MAR74, FIN74a/. Die äußere Spaltbarriere für $\eta \approx 0$ liegt bei $l \approx 23$ fm, das Abreissen der Fragmente passiert, je nach Asymmetrie, bei $l \geq 27$ fm.

Die hier gezeigten Potentiale wurde mit Hilfe der Kerndeformationen und Einteilchenniveaus der Spaltfläche von $^{252}_{104}\text{Ku}$ berechnet. Diese zusätzliche Vereinfachung ist im Rahmen unseres Modells möglich, da das Tropfenmodell nur schwach von der Massenzahl A abhängt. Deshalb ändern sich die Deformationen, die das Potential minimieren, nur wenig, wenn A um bis zu etwa 10 amu geändert wird. Das gleiche gilt für die sonstigen Parameter, die die Einteilchenniveaus im ZZSM festlegen. Die Einteilchenkorrekturen selbst hängen natürlich empfindlich von der Fermikante, bis zu der die Niveaus aufgefüllt werden, und damit von der aktuellen Neutronen- und Protonenzahl ab. Wie empfindlich zeigt ja gerade ein Vergleich der Abbildungen 6.1 und 6.2.

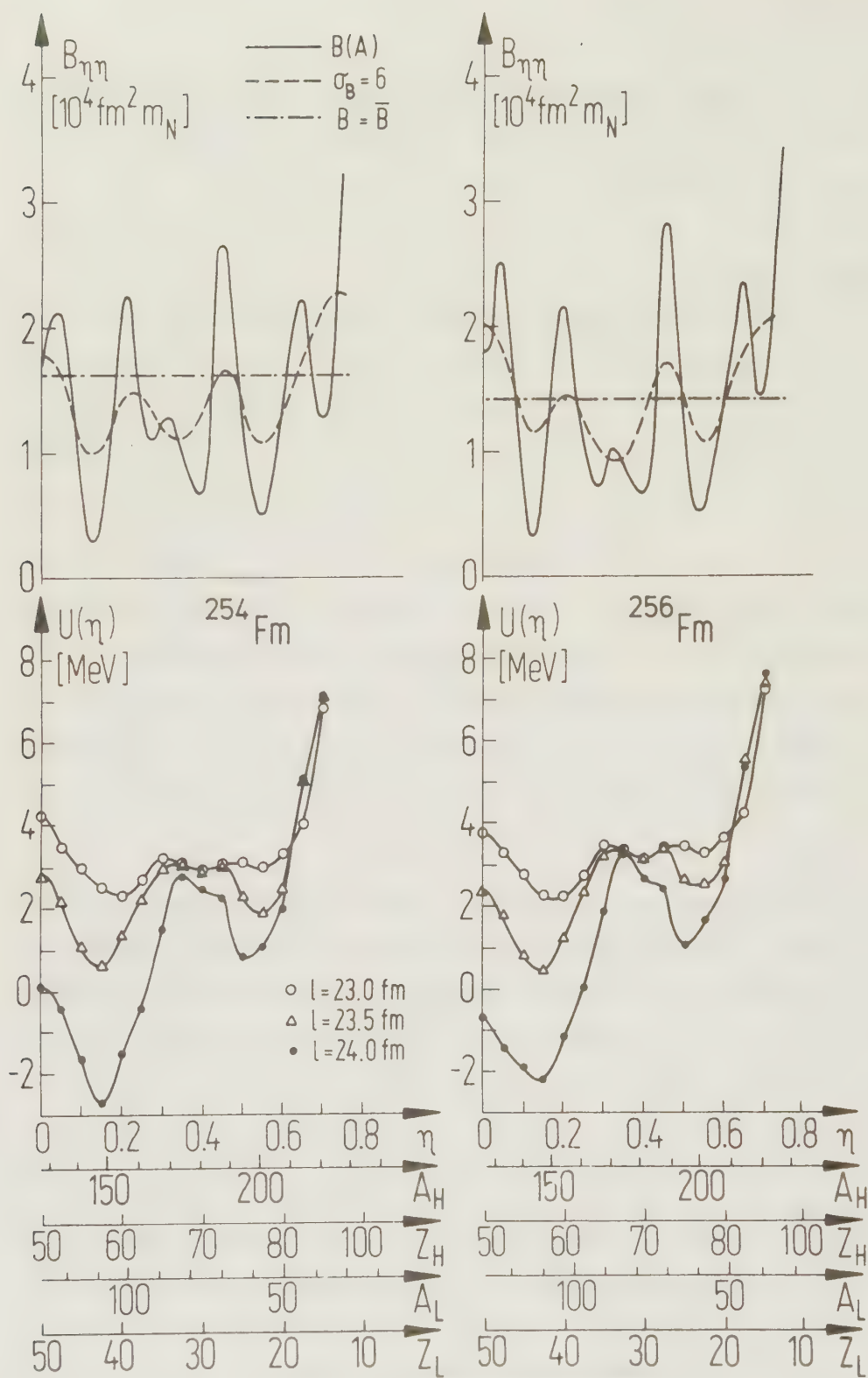


Abb. 6.1 unten: SpaltPEF für 3 Kernlängen.
oben: kollektive Massen nach Gleichung (2.2) ($B(A)$),
geglättete Massen ($\sigma_B = 6$, s. S. 67) und Mittelwerte
($\bar{B}$) für $l = 24,0 \text{ fm}$.

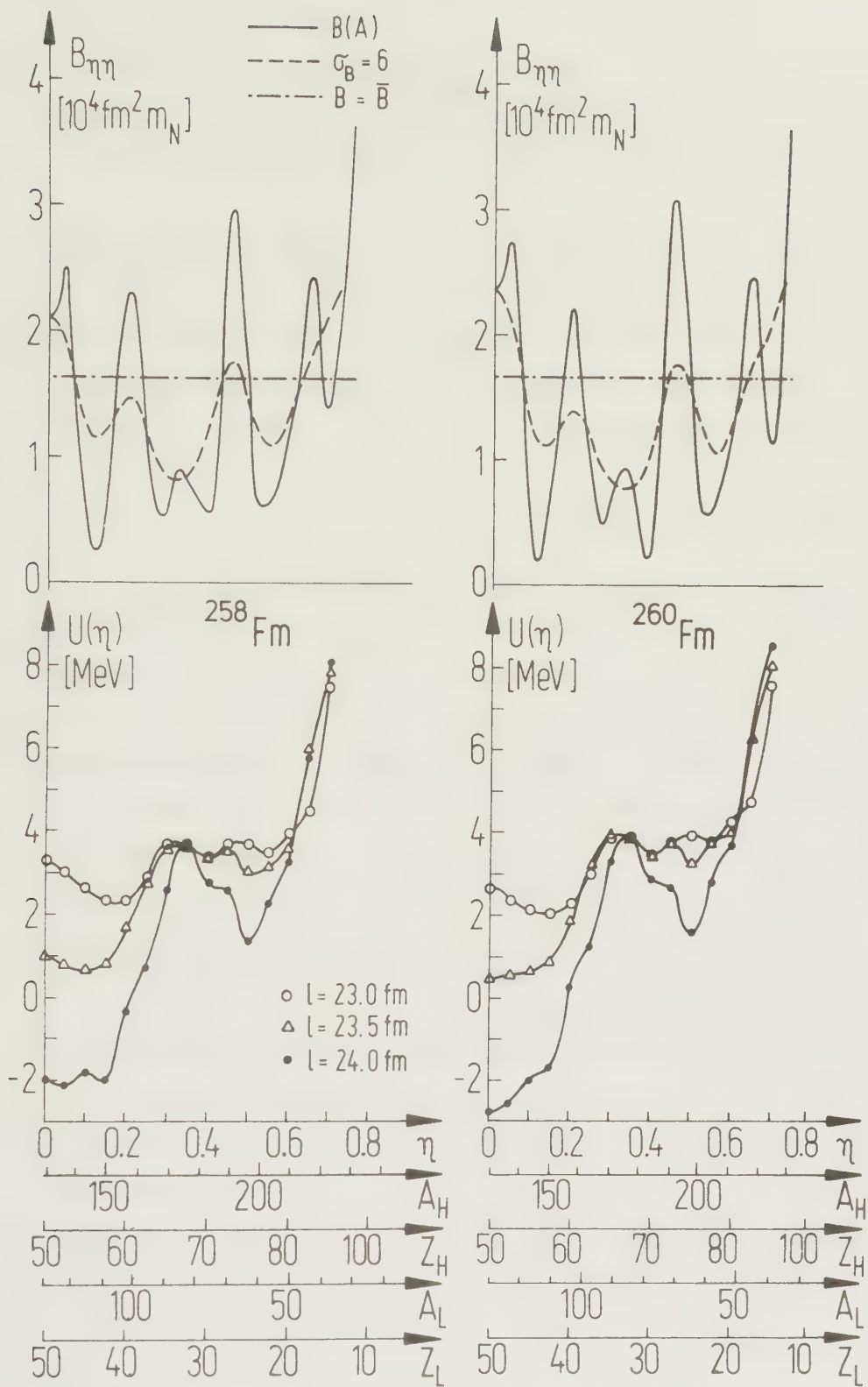


Abb. 6.2 wie Abb. 6.1

Berechnung der Massenverteilungen

Die klassische Gesamtenergie des Systems mit den beiden Freiheitsgraden l und η ist

$$H(l, \eta) = \frac{1}{2} B_{ll} \dot{l}^2 + B_{l\eta} \dot{l} \dot{\eta} + \frac{1}{2} B_{\eta\eta} \dot{\eta}^2 + U(l, \eta) \quad .$$

Die kollektiven Massenparameter B_{xy} sind durch Gleichung (2.2) gegeben. Wie in /MAR76/ können die Mischmassen vernachlässigt werden, da

$$B_{l\eta}^2 \ll B_{ll} B_{\eta\eta} \quad .$$

Im Verlauf der Spaltung wird der Kern zuerst die Barriere durchtunneln. Bei $l \approx 24$ fm wird seine kinetische Energie wieder positiv (s.o.). Maruhn und Greiner /MAR76/ untersuchten die Frage, wie die Massenendverteilung von der nun folgenden Phase, dem Hinunterlaufen zum Abreißpunkt, abhängt. Es zeigte sich, daß die Grobstruktur der Verteilung von dieser Spaltdynamik nicht beeinflußt wird. Details, wie z.B. das peak-to-valley Verhältnis (bei asymmetrischen Verteilungen das Verhältnis von maximaler zu symmetrischer Ausbeute), hängen dagegen entscheidend von der Wahl des Reibungskoeffizienten ab. Ohne Reibung wird die Massenverteilung im wesentlichen nach Beendigung des Tunnelprozesses festgelegt. Für die Fm-Isotope bedeutet dies, daß eine statische Berechnung der Spaltverteilung für $l = 24$ fm etwa der speziellen Wahl für den Reibungskoeffizienten $f = 0$ (in der Schreibweise von /MAR76/) entspricht. Der damit induzierte Fehler liegt in der gleichen Größenordnung, wie der von den Unsicherheiten in den kollektiven Massenparametern herührende (s. u.).

Die Annahmen, daß die Geschwindigkeit l klein ist, daß l als Parameter behandelt werden kann und daß die Mischmassen zu vernachlässigen sind, reduzieren den Ausdruck

für die Gesamtenergie auf

$$H(\eta;1) = \frac{1}{2} B_{\eta\eta}(\eta;1) \dot{\eta}^2 + U(\eta;1) \quad .$$

Diese Hamiltonfunktion kann nach den Vorschriften von Pauli /PAU33/ und Podolsky /POD28/ quantisiert und in die Schrödingergleichung

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\sqrt{B}} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{\sqrt{B}} \frac{\partial}{\partial \eta} + U(\eta;1)\right) \psi_1^{(\nu)}(\eta) = E_1^{(\nu)} \psi_1^{(\nu)}(\eta) \quad (1)$$

umgewandelt werden. B ist die Abkürzung für $B_{\eta\eta}(\eta;1)$. Die Eigenzustände sind zu fester Kernlänge normiert auf

$$\int_{-1}^1 \psi_1^{(\nu)*}(\eta) \psi_1^{(\mu)}(\eta) \sqrt{B} \, d\eta = \delta_{\nu\mu} \quad .$$

Falls die Spontanspaltung vollständig adiabatisch verläuft, sollte nur die Grundzustandslösung von Gleichung (6.1) besetzt sein. Aus dieser Wellenfunktion läßt sich die auf 200 % normierte Massenausbeute $Y(A)$ berechnen:

$$Y(A) = |\psi_1^{(0)}|^2 \sqrt{B} \frac{400}{A_0} [\%] \quad .$$

Der Zusammenhang von A und η ist gegeben durch

$$A = A_0 (1 + \eta)/2 \quad .$$

Spaltet das System aus einem angeregten Zustand, oder heizt es sich durch die Kopplung zwischen 1 und η während des Spaltvorganges auf, so ändert sich das Potential gemäß Gleichung (2.1) mit der Kerntemperatur T. Diese ist über

$$E^* = \frac{T^2}{10 \text{ MeV}} A_0 \quad (2)$$

/ZIE77/ mit der Anregungsenergie E^* und der Massenzahl des spaltenden Systems A_0 verknüpft. Gleichung (6.1)

wird für feste Temperatur gelöst; die Wellenfunktionen hängen nun parametrisch von l und T ab. Wir nehmen an, daß die Besetzungswahrscheinlichkeiten der Vibrationszustände in η durch eine Boltzmannverteilung gegeben ist /MAR74/. In diesem Fall ist die Massenausbeute

$$Y(A) = f(\eta, T) \sqrt{B} \frac{400}{A_0} [\%],$$

$$\text{mit } f(\eta, T) = \frac{\sum_{v=0}^{\infty} |\psi^{(v)}(\eta; T, l)|^2 \exp(-\frac{E_v}{T})}{\sum_{v=0}^{\infty} \exp(-\frac{E_v}{T})} \quad (3).$$

Die hier skizzierte Methode der statischen Berechnung von Spaltverteilungen deckt sich im wesentlichen mit dem in /MAR73, MAR74, FIN74a/ beschriebenen und diskutierten Verfahren. Neu ist die Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit des Potentials, die in Zusammenarbeit mit J. Hahn und A. Săndulescu aus der Fragmentationsdynamik in die Spaltrechnungen übernommen wurde.

Einfluß der kollektiven Massen

Die oberen Teile der Figuren 6.1 und 6.2 zeigen die $B_{\eta\eta}$ -Massen (durchgezogene Linien). Die starken Oszillationen haben Breiten, die in der Größenordnung des Abstandes liegen, in dem die Massen berechnet wurden ($\Delta\eta = 0,05$). Sie rühren von numerischen Effekten und zufälligen Niveaufkreuzungen her /MAR76/. Diese Schwankungen führen zu den zweifachen Maxima in den Massenverteilungen der Abb. 6.3 und 6.4 (durchgezogene Kurven). Um den Einfluß der kollektiven $B_{\eta\eta}$ -Massen auf die berechneten Spaltverteilungen zu untersuchen, wurde B in Gleichung (6.1) durch die durchschnittliche Masse $\bar{B}$ (strich-punktierte Linien in den Abb. 6.1 bis 6.6) und durch eine geglättete Verteilung $\tilde{B}(\eta)$ (gestrichelte Linien in den Abb. 6.1 bis 6.6) ersetzt. Die Massen wurden durch Faltung mit einer Gaussfunktion geglättet:

$$\tilde{B}(A) = \frac{1}{\sigma_B \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} B(y) \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{y-A}{\sigma_B}\right)^2\right) dy$$

Die Breite der Gausskurve, $\sigma_B = 6$ amu, wurde so gewählt, daß sie dem Abstand der gerechneten Punkte entspricht ($\Delta A = 6$ amu entspricht ungefähr $\Delta\eta = 0,05$). Bei dieser Glättung bleiben die Grobstrukturen in den Massen erhalten, die den Strukturen im Potential entsprechen, während die wenig zuverlässigen 'Feinstrukturen' verschwinden. Gleichzeitig werden die Amplituden der Oszillationen kleiner. Dies führt zum Verschwinden der doppelten Maxima in den Massenverteilungen. Sonst ändern sich die berechneten Ausbeuten nur wenig (vergleiche Tabelle 6.1 und 6.3). Man kann also sagen, daß die Unsicherheiten in der Berechnung der kollektiven Massen sich ebenso wie die Spaltdynamik (s. o.) hauptsächlich auf die Feinstruktur der Massenverteilung auswirken; die Grobstruktur dagegen wird im wesentlichen von der zugrunde liegenden PBF festgelegt.

Vergleich mit dem Experiment

Die theoretischen Massenverteilungen für die Systeme ^{254}Fm , ^{256}Fm , ^{258}Fm und ^{260}Fm mit und ohne Anregungsenergie sind in den Abbildungen 6.3 bis 6.6 dargestellt. Die Kerntemperatur $T = 0,5$ MeV entspricht einer Anregungsenergie $E^* \approx 6,5$ MeV (Gleichung (6.2)), und damit der Bindungsenergie des letzten Neutrons; deshalb wurden diese Kurven mit (n,f) bezeichnet und mit Experimenten zur Spaltung mit thermischen Neutronen verglichen.

Die experimentellen Werte wurden mit eingezeichnet, soweit die Angaben über die gemessenen Wahrscheinlichkeiten in der Literatur zu finden waren. Für $^{258}\text{Fm}(\text{sf})$ stand in /HOF77a/ eine großflächige Zeichnung zur Verfügung, aus der die Punkte entnommen wurden.

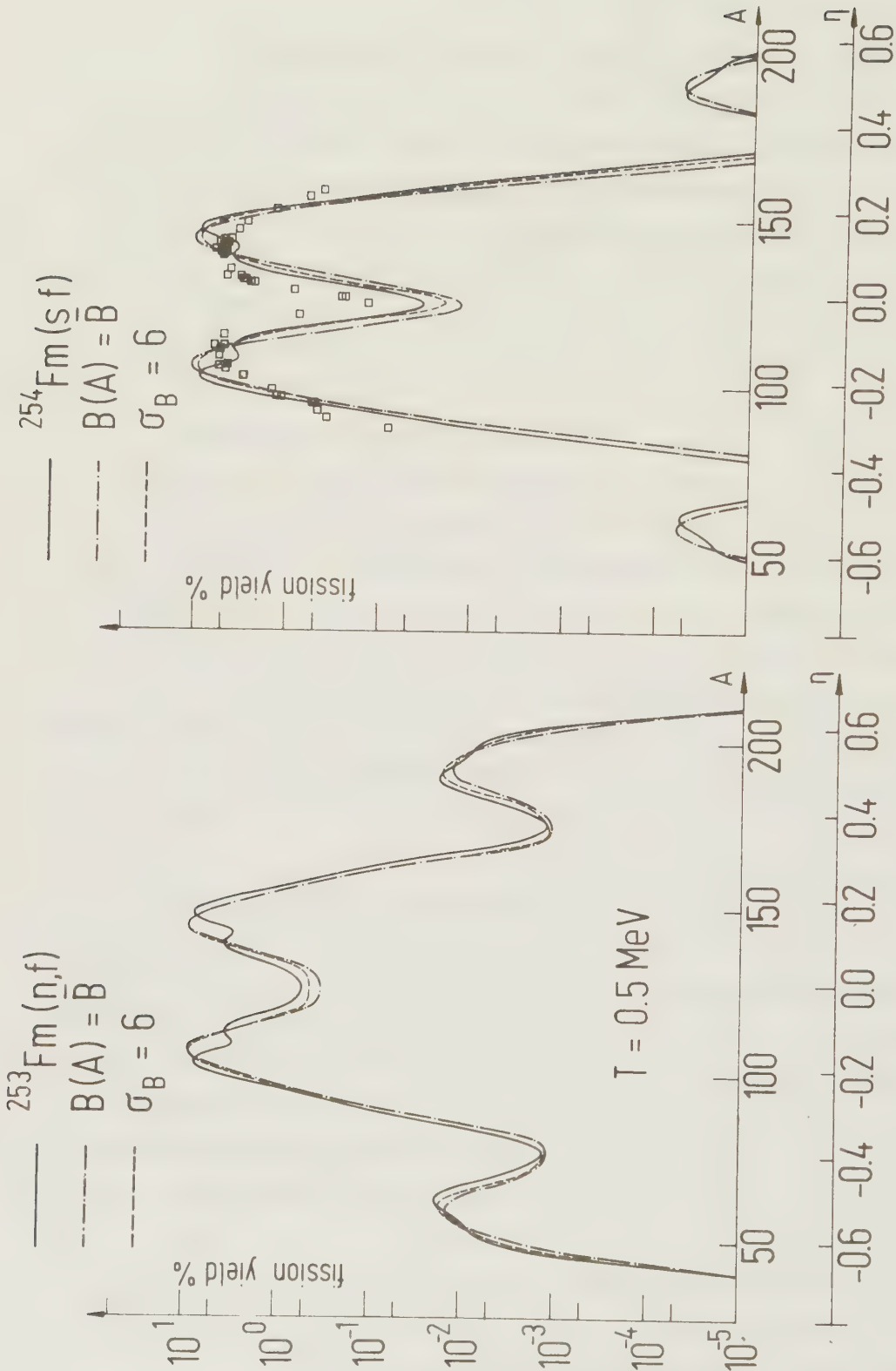


Abb. 6.3 Massenausbeute, berechnet für $l = 24 \text{ fm}$ mit $B_{\eta\eta}(\eta)$ (durchgezogene Kurven), mit der gemittelten Masse ($\bar{B}$) und mit den geglätteten Massen ($\sigma_B = 6$). Experimentelle Punkte für $^{254}\text{Fm}(sf)$ aus /GIN77/ und /HAR73/.

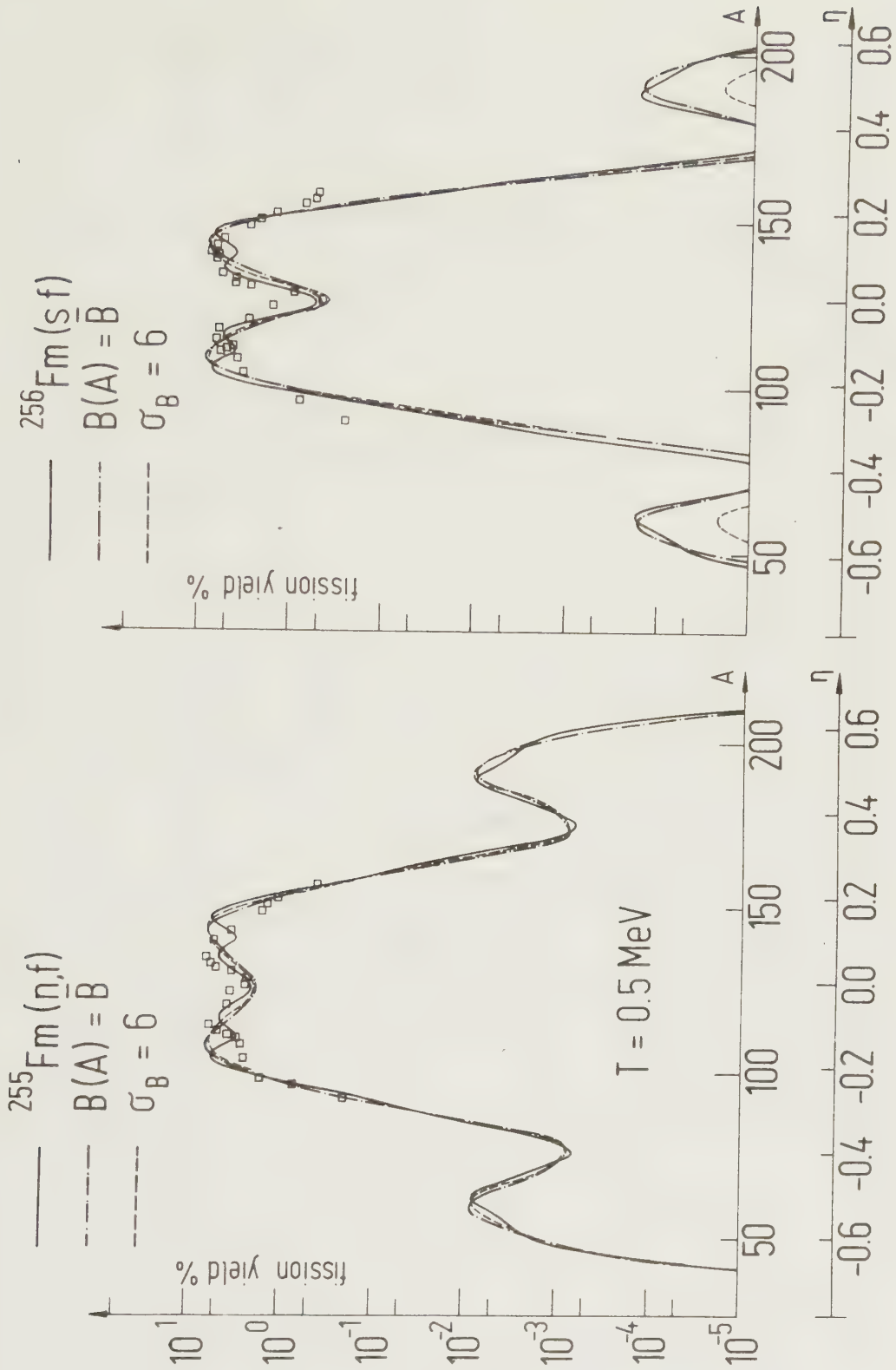


Abb. 6.4 wie Abb. 6.3

Experimentelle Punkte für $^{255}\text{Fm}(n,f)$ aus /FLY75a/,
für $^{256}\text{Fm}(sf)$ aus /FLY72/.

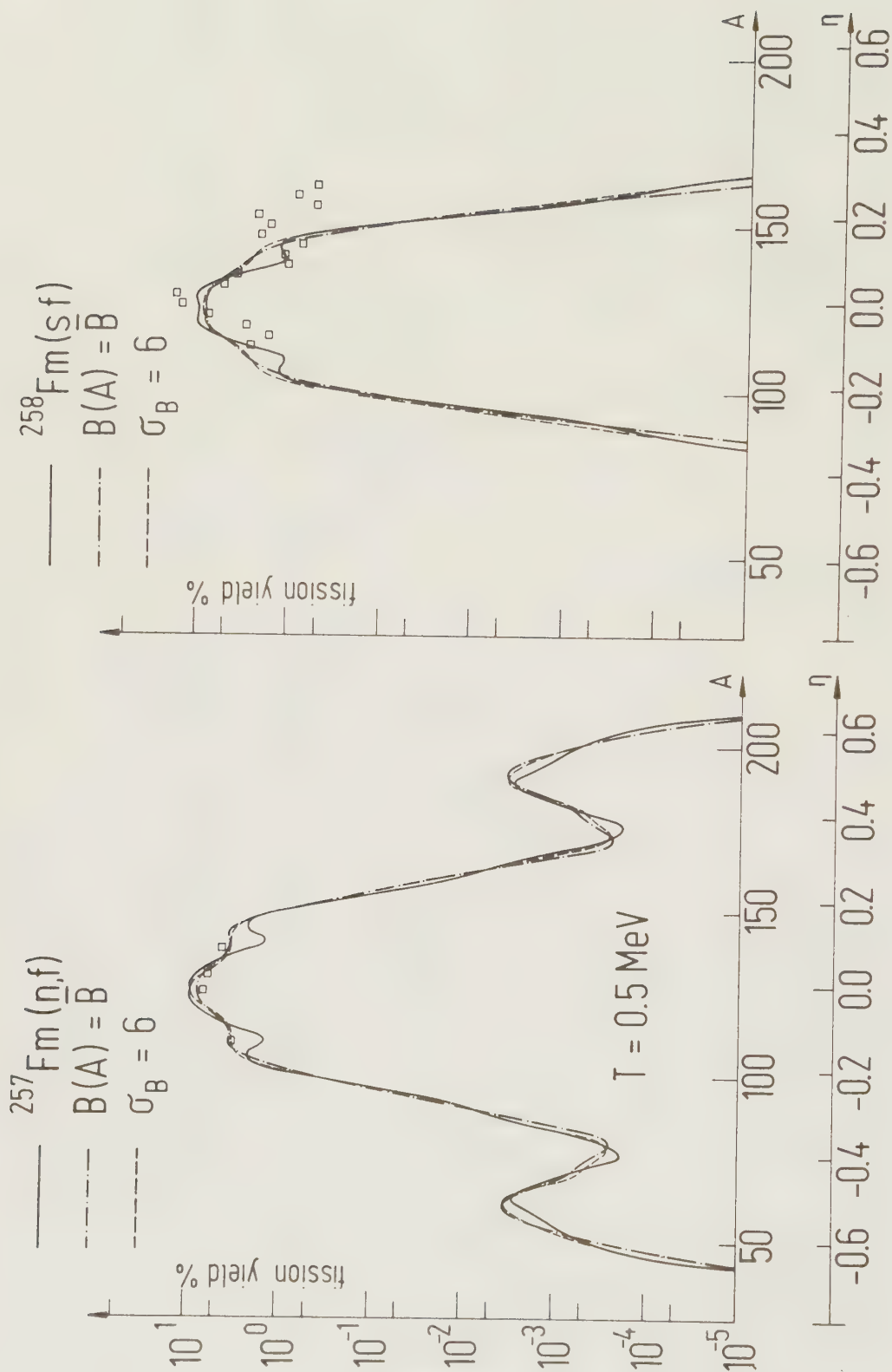


Abb. 6.5 wie Abb. 6.3

Experimentelle Punkte für $^{257}\text{Fm}(n,f)$ aus /FLY75b/,
für $^{258}\text{Fm}(sf)$ aus /HOF77a/.

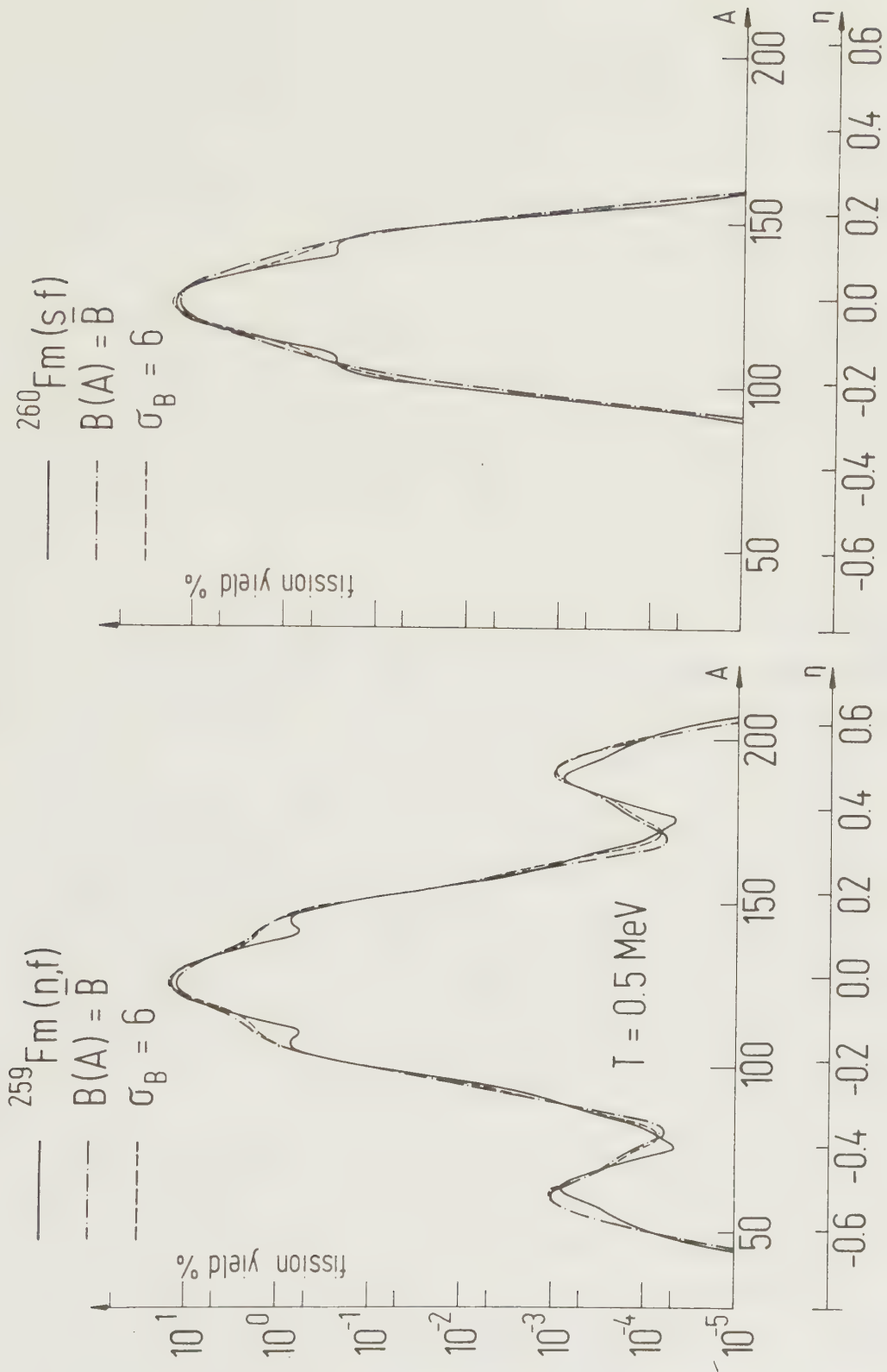


Abb. 6.6 wie Abb. 6.3

Die theoretischen Kurven sind um $\Delta A = -2$ amu verschoben, um die gemessene durchschnittliche Abdampfung von 2 Neutronen je Fragment zu berücksichtigen. Nach /FLY72/ werden bei $^{256}\text{Fm}(\text{sf})$ $\bar{\nu}_T = 3 \pm 1$ Neutronen je Fragmentpaar abgedampft; deshalb sind in diesem Fall die Kurven um $\Delta A = -1,5$ amu verschoben.

Wie aufgrund der Potentiale nicht anders zu erwarten, wird der Übergang von der asymmetrischen zur symmetrischen Spaltung, unabhängig von den Annahmen über die Massen $B(\eta)$, reproduziert. - In Tab. 6.1 sind verschiedene experimentelle und theoretische Parameter verglichen.

Die Reaktionen $^{255}\text{Fm}(\text{n},\text{f})$ und $^{256}\text{Fm}(\text{sf})$ werden überraschend gut wiedergegeben; dies gilt sogar für das peak-to-valley Verhältnis (P/V) und die absolute Zahl symmetrischer Spaltereignisse.

Obwohl die Verteilungen für ^{254}Fm und ^{256}Fm insgesamt etwas zu asymmetrisch und ihre Halbwertsbreiten geringer sind als die experimentell gefundenen, weichen die mittleren Massen der leichten und schweren Fragmente nur um höchstens 3 amu von den experimentellen ab (s. Tab. 6.1b); und dies, obwohl der Abstand, in dem die Potentiale und Massen berechnet wurden, $\Delta A = 6$ amu betrug.

In /HOF77a/ wird darauf hin gewiesen, daß Anregungsenergie die Massenverteilungen von ^{256}Fm und ^{258}Fm in entgegengesetzte Richtung beeinflusst. Dies läßt sich aus Tab. 6.1b ablesen: Die mittlere Masse des schweren Fragments $\bar{A}_H$ wird durch den Einfluß der Anregungsenergie von $\bar{A}_H = 142,1$ amu für $^{256}\text{Fm}(\text{sf})$ in Richtung Symmetrie nach $\bar{A}_H = 140,9$ amu für $^{255}\text{Fm}(\text{n},\text{f})$ verschoben. Im benachbarten System dagegen erfolgt die Änderung von der Symmetrie weg, nämlich von $\bar{A}_H = 133,8$ amu für $^{258}\text{Fm}(\text{sf})$

	Experiment	Theorie		
		B(A)	$\bar{B}$	$\sigma_B = 6$
$^{253}\text{Fm}(n, f)$		14, 3	27, 5	20, 1
$^{254}\text{Fm}(sf)$	$\begin{smallmatrix} 42 \\ \geq 18 \end{smallmatrix}$ /GIN77/ /HAR73/	272	802	481
$^{255}\text{Fm}(n, f)$	$\begin{smallmatrix} 2, 6 \\ \text{single} \end{smallmatrix}$ /FLY75a/ /RAG74/	2, 7	3, 6	3, 2
$^{256}\text{Fm}(sf)$	12 /FLY72/	13	18	20

Tab. 6.1a Peak-to-valley Verhältnisse

Experiment	Theorie	
	B(A)	$\bar{B}$
$^{253}\text{Fm}(n, f)$	(105, 8; 144, 2)	(106, 3; 143, 7)
$^{254}\text{Fm}(sf)$	(108, 8; 141, 3) (111, 5; 142, 5)	(106, 1; 143, 9)
$^{255}\text{Fm}(n, f)$	(113, 6; 138, 4)	(111, 0; 141, 0)
$^{256}\text{Fm}(sf)$	(111, 9; 141, 0)	(110, 6; 142, 4)
$^{257}\text{Fm}(n, f)$	(118, 7; 135, 3)	(117, 6; 136, 4)
$^{258}\text{Fm}(sf)$	(120, 2; 133, 8)	(118, 9; 135, 1)
$^{259}\text{Fm}(n, f)$	(122, 5; 133, 5)	(121, 8; 134, 2)
$^{260}\text{Fm}(sf)$	(123, 5; 132, 5)	(123, 3; 132, 7)

Tab. 6.1b Durchschnittliche Massen der leichten und schweren Fragmente ($\bar{A}_L; \bar{A}_H$)

	Experiment		Theorie	
		B(A)	$\overline{B}$	$\sigma_B = 6$
$^{253}\text{Fm}(n, f)$		0,56	0,32	0,43
$^{254}\text{Fm}(sf)$	$0,138 \pm 0,024$ $0,27 \pm 0,06$	0,035	0,013	0,018
$^{255}\text{Fm}(n, f)$	2,4	2,0	1,7	1,8
$^{256}\text{Fm}(sf)$	0,5	0,50	0,44	0,35
$^{257}\text{Fm}(n, f)$	$6,31 \pm 0,95$	9,1	7,6	8,7
$^{258}\text{Fm}(sf)$	16,2	9,4	8,1	8,5
$^{259}\text{Fm}(n, f)$		14	12	14
$^{260}\text{Fm}(sf)$		15	14	16

Tab. 6.1c symmetrische Ausbeuten der Massenverteilungen

	Experiment	Theorie		
		B(A)	$\bar{B}$	$\sigma_B = 6$
$^{253}\text{Fm}(n, f)$		8	10	10
$^{254}\text{Fm}(sf)$	17-19 /GIN77/ ~18 /BRA63/	8	14	11
$^{255}\text{Fm}(n, f)$		21	15	17
$^{256}\text{Fm}(sf)$	16 /FLY72/	17	12	14
$^{257}\text{Fm}(n, f)$	~30 /FLY75b/	17	20	15
$^{258}\text{Fm}(sf)$	~8 /HOF77a/	18	23	19
$^{259}\text{Fm}(n, f)$		12	14	11
$^{260}\text{Fm}(sf)$		12	14	11

Tab. 6.1d Halbwertsbreiten (FWHM) der Maxima

hin zu $\overline{A}_H = 135,3$ amu für $^{257}\text{Fm}(n,f)$. $^{255}\text{Fm}(n,f)$ ist also 'symmetrischer' als $^{256}\text{Fm}(sf)$, während $^{257}\text{Fm}(n,f)$ eine weniger stark symmetrische Verteilung zeigt als $^{258}\text{Fm}(sf)$. In unserem Modell kommt dies vom unterschiedlichen Verhalten der ersten angeregten Eigenzustände in den beiden Potentialen. Nahe der Symmetrie läßt sich das Potential von ^{258}Fm durch einen harmonischen Oszillator annähern. Die Grundzustandswellenfunktion des Oszillators hat ihr Maximum im Ursprung, während der erste angeregte Zustand im Ursprung einen Knoten und zur Asymmetrie verschobene Extrema zeigt. Beim Doppeloszillator dagegen, dem das Potential von ^{256}Fm entspricht, sind die Extrema des ersten angeregten Zustandes gegenüber dem Grundzustand zur Symmetrie hin verschoben. - Die Temperaturabhängigkeit der Potentiale selbst kann demgegenüber bei dieser Betrachtung vernachlässigt werden. Bei einer Temperatur von 0,5 MeV beträgt die absolute Reduktion der Schaleneffekte in den hier vorliegenden Fällen nur etwa 0,3 MeV. Die Binteilchenkorrekturen für $|\eta| \lesssim 0,3$ sind alle negativ. Deshalb geht die Änderung für diese η in die gleiche Richtung und die Tiefe des Potentialminimums wird um weniger als 0,1 MeV verkleinert.

Die für $^{258}\text{Fm}(sf)$ berechnete Massenverteilung ist nicht so symmetrisch wie die in /HOF77a/ angegebene (s. Abb. 6.5). Die experimentellen Punkte sind aber mit einem recht großen Fehler behaftet, da sie auf die Messung der kinetischen Energie von nur 466 Spaltereignissen zurückgehen, von denen rund die Hälfte (49 ± 5 %) einem ^{256}Md - ^{256}Fm Hintergrund zugeordnet wurden.

Der für $^{254}\text{Fm}(sf)$ errechnete symmetrische Anteil ist sehr viel kleiner als der experimentelle und dem entsprechend ist das P/V zu groß. Diese Diskrepanz kann unterschiedliche Ursachen haben. Einmal hängt sie sicher damit zusammen, daß das Maximum in der Theorie etwas zu

a)	T [MeV]	E* [MeV]	Y(sym) [%]	P/V	$\exp(-(\frac{T}{T_0})^2)$
	0,0	0,0	0,035	272	1,000
	0,1	0,2	0,035	265	0,996
	0,3	2,2	0,043	215	0,961
	0,5	6,6	0,066	139	0,895

b)	T [MeV]	E* [MeV]	Y(sym) [%]	P/V	$\exp(-E_1/T)$
	0,0	0,0	0,035	272	0,0
	0,1	0,2	0,035	265	$3,7 \times 10^{-6}$
	0,3	2,2	0,096	95	0,017
	0,5	6,6	0,56	14	0,10

Tab. 6.2 Symmetrische Ausbeute und P/V als Funktion der Temperatur für $^{254}\text{Fm(sf)}$.

- a) nur Grundzustandswellenfunktion
- b) Verteilung nach Gleichung (6.3)

weit von der Symmetrie entfernt ist (siehe die mittleren Massen aus Tab. 6.1b) und eine zu kleine Halbwertsbreite besitzt (s. Tab. 6.1d). Läge es näher zur Mitte oder wäre es breiter, so wäre der symmetrische Wert automatisch größer. Weiterhin kann das Potentialminimum in der Theorie aber auch zu tief sein. Eine Reduktion der Schalenkorrekturen um 0,5 bis 1 MeV im Bereich des Minimums hätte eine drastische Verkleinerung des P/V zur Folge. Eine solche Reduktion läge noch innerhalb der Unsicherheiten des Strutinsky-Verfahrens /BRA72, LUS73, MOR76/. Es ist natürlich auch denkbar, daß 'zu viele' symmetrische Ereignisse gemessen wurden. Wenn z.B. aufgrund der experimentellen Erzeugung von ^{254}Fm oder der Spaltdynamik eine geringe Anregungsenergie im System wäre, so würde ein sehr viel kleineres P/V gemessen, als unser Modell für die 'kalte' Spaltung voraussagt. Tab. 6.2 verdeutlicht dies. Die in Teil a) angegebenen symmetrischen Ausbeuten und P/V erhält man unter der Annahme, daß zwar das Potential temperaturabhängig ist, daß aber nur die jeweilige Grundzustandswellenfunktion zur Massenausbeute beiträgt. Für die Werte in Teil b) wurde dagegen die volle Temperaturabhängigkeit nach Gleichung (6.3) berücksichtigt. Die Tabelle enthält zusätzlich den Dämpfungsfaktor für die Einteilchenkorrekturen nach Gleichung (2.1) und den Boltzmannfaktor aus Gleichung (6.3). P/V wird bereits durch eine Anregungsenergie von 2,2 MeV auf ein Drittel des 'kalten' Wertes reduziert. Für $T = 0,5$ MeV verkleinert allein die Temperaturabhängigkeit des Potentials den Wert von P/V auf die Hälfte. Wenn Details von theoretischen Spaltverteilungen mit dem Experiment verglichen werden sollen, ist also die Temperaturabhängigkeit des Potentials nicht zu vernachlässigen.

Ein weiterer Grund dafür, daß die experimentellen Werte nicht mit den gerechneten übereinstimmen, könnte auch

in der Ungewißheit über die Zahl der abgedampften Neutronen liegen, die eine Verschiebung und/oder Verbreiterung der experimentellen Kurven bewirken können. Bei allen Vergleichen mit dem Experiment muß man sich ja vor Augen halten, daß die gerechneten Kurven Primärverteilungen sind (abgesehen von der oben besprochenen konstanten Verschiebung), während die experimentellen Punkte entweder aus der kinetischen Energie der Fragmente berechnet /HOF77a/ oder auf radiochemischem Weg gewonnen wurden /GIN77, HAR73, FLY72, FLY75a+b/. - Wenn die Anzahl der abgedampften Neutronen als Funktion der Fragmentmasse bekannt ist, kann aus den gemessenen Verteilungen auf die Primärverteilungen zurückgeschlossen werden. Solche Messungen liegen meines Wissens bisher nur für $^{257}\text{Fm(sf)}$ und $^{256}\text{Fm(sf)}$ vor /BAL73, HOF77b/. Sie zeigen eine starke Abhängigkeit der Neutronenzahl nicht nur von der Fragmentmasse, sondern auch von der kinetischen Energie der Fragmente. Dies wird den Rückschluß auf die ursprüngliche Verteilung erschweren. In den radiochemischen Experimenten kennt man zwar die Massen der Fragmente gut, kann aber keine Aussagen über ihre kinetischen Energien machen; werden dagegen die kinetischen Energien gemessen, so sind die daraus berechneten Massen unsicher. Diese Massenunschärfe kann bis zu ~ 15 amu betragen /FLY75a/. Die von Flynn und Mitarbeitern /FLY75a/ mit radiochemischen Methoden gemessene asymmetrische Spaltverteilung für $^{255}\text{Fm}(n,f)$ mußte nämlich mit einer Gaußskurve dieser Breite gefaltet werden, um eine ähnlich breite, symmetrische Verteilung zu liefern, wie sie Ragaini und Mitarbeiter /RAG74/ aus den gemessenen kinetischen Energien der Fragmente ableiteten. - Die Unsicherheiten in den aus der Messung der Fragmentenergien erschlossenen Massenverteilungen hängen nach /FLY75b/ außer mit der Neutronenemission auch mit der Targetdicke und dem Detektorsystem zusammen. Diese Punkte werden in /FLY75a+b/ und

/BAL71/ diskutiert. Dort finden sich auch Beispiele, die den Einfluß der Annahmen über die Anzahl der abgedampften Neutronen in Abhängigkeit der Fragmentmasse auf die erschlossenen Primärverteilungen zeigen.

Zum Schluß sei noch darauf hingewiesen, daß das Modell auch für die Fermiumisotope stark-asymmetrische Ereignisse voraussagt (s. Kap. 5). Die Verhältnisse der Ausbeuten für die stark-asymmetrischen Ereignisse zu den 'normalen' Maxima sind in Tab. 6.3 gegeben. In der spontanen Spaltung dürften sie zwar nur schwer zu sehen sein, bei der neutroneninduzierten Spaltung speziell der leichteren Isotope sollten aber gute Aussichten bestehen, sie zu finden.

Zusammenfassung

Für die theoretische Beschreibung von Kernspaltung und Schwerionenreaktionen werden Potentialenergieflächen benötigt. In dieser Arbeit wurden einige Methoden vorgestellt, welche die Berechnung dieser Flächen erleichtern und vereinfachen. Es wurde gezeigt, daß die Schalenkorrekturen so gewonnen werden können, daß sie die richtige Asymptotik für getrennte Fragmente haben. Weiterhin wurde die Unterscheidung zwischen Fusions- und Spaltfläche besprochen und in diesem Zusammenhang auf die Bedeutung der Einschnürung des Kerns hingewiesen. Vor allem wurde gezeigt, daß es möglich und sinnvoll ist, den Spaltweg im Rahmen des Tropfenmodells zu berechnen.

Mit dem hier besprochenen Modell war es möglich, die stark-asymmetrische Spaltung der Aktiniden qualitativ zu verstehen und den Phasenübergang von der asymmetrischen zur symmetrischen Spaltung der Fermiumisotope quantitativ zu beschreiben.

	$B(A)$	$\bar{B}$	$\sigma_B = 6$
$^{253}\text{Fm}(n, f)$	2×10^{-3}	2×10^{-3}	2×10^{-3}
$^{254}\text{Fm}(sf)$	6×10^{-6}	6×10^{-6}	9×10^{-7}
$^{255}\text{Fm}(n, f)$	1×10^{-3}	1×10^{-3}	1×10^{-3}
$^{256}\text{Fm}(sf)$	3×10^{-5}	2×10^{-5}	3×10^{-6}
$^{257}\text{Fm}(n, f)$	3×10^{-4}	5×10^{-4}	4×10^{-4}
$^{258}\text{Fm}(sf)$	7×10^{-10}	9×10^{-11}	9×10^{-9}
$^{259}\text{Fm}(n, f)$	6×10^{-5}	8×10^{-5}	7×10^{-5}
$^{260}\text{Fm}(sf)$	2×10^{-9}	4×10^{-10}	1×10^{-9}

Tab. 6.3 Verhältnis der Ausbeuten für das Maximum der stark asymmetrischen Ereignisse zum 'normalen' Maximum für verschiedene kollektive Massen (s.S. 66).

Anhang

A1. Numerische Probleme

Der Hamiltonoperator des ZZSM wird in einer Basis diagonalisiert, die aus Produkten einer Exponentialfunktion, eines Laguerre'schen Polynoms und einer Spinfunktion, sowie einer parabolischen Zylinderfunktion $U(a, x)$ besteht /MAR72, HAH77/. Während alle anderen Basiseigenwerte analytisch gegeben sind, müssen die a_i numerisch bestimmt werden. $U(a, x)$, auch bekannt als Whittakerfunktion $D_\nu(x)$ mit $\nu = -a - \frac{1}{2}$, ist eine Lösung der Differentialgleichung (A2.1); sie wurde so gewählt, daß $U(a, x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$. Alle im ZZSM auftretenden Matrixelemente können bei dieser Wahl der Basis analytisch angegeben werden. Ein Verfahren zur Berechnung der Integrale findet sich in Anhang A2. Es ist allgemeiner und einfacher anzuwenden als das in /MAR71/ vorgeschlagene.

Bei der Berechnung der Basiseigenwerte a_i treten vor allem drei Probleme auf:

1. Es müssen alle a_i in einem gegebenen Bereich gefunden werden.
2. Mehrere a_i können fast gleich sein.
3. Bei großen negativen x divergiert $\partial U / \partial a$.

Vollständigkeit der a_i

Die Basiseigenwerte a_i werden so bestimmt, daß die logarithmische Ableitung der Basiswellenfunktionen an der Anschlußstelle der beiden Oszillatoren stetig ist. Dies geschieht mittels einer numerischen Nullstellensuche. Dabei muß sichergestellt werden, daß keine Nullstelle übersehen wurde. Dies passiert vor allem dann leicht, wenn zwei Basiseigenwerte fast entartet sind. Fehlt ein Basiseigenwert, so fehlen im Einteilchenspektrum alle darauf aufbauenden Niveaus und die

Schalenkorrekturen können um 10 bis 20 MeV falsch sein. Die Vollständigkeit des a_i -Spektrums kann sichergestellt werden, wenn der Zweizentren-Basisoszillator nach einem Einzentrenoszillator gleicher Länge entwickelt wird. Die Eigenwerte des Einzentrenoszillators sind analytisch bekannt. Ihr Spektrum ist also vollständig und damit ist auch die Vollständigkeit der durch Diagonalisation in der Einzentrenbasis gewonnenen Werte a_i garantiert. Diese a_i werden als Startwerte für die numerische Nullstellensuche verwendet und garantieren so, daß keine Basiseigenwerte übersehen wurden. Einzelheiten dieser Diagonalisation finden sich in /LUS77/.

Entartungen

Die Basiseigenwerte sind für symmetrische Fragmentation und große Zweizentrenabstände (fast) entartet /MAR71/. In diesem Fall (und bei zufälligen Entartungen für $\eta \neq 0$) liegen die zugehörigen Nullstellen so eng zusammen, daß sie numerisch nicht getrennt werden können. Dieses Problem läßt sich für $\eta = 0$ damit umgehen, daß anstelle der $U(a,x)$ Basisfunktionen verwendet werden, die gute Parität besitzen. Diese sind in /LUS73/ angegeben. Bei zufälligen Entartungen ist dagegen wohl keine einfache Lösung möglich. Durch die 'Vordiagonalisation' in der Einzentrenbasis wird aber wenigstens sicher gestellt, daß das Fehlen eines Wertes bemerkt wird.

Asymptotik für große Abstände

Ein weiteres Problem entsteht für große Zentrenabstände dadurch, daß die partielle Ableitung $\partial U / \partial a$ für $a = -n - \frac{1}{2}$ und $x \rightarrow -\infty$ divergiert. Dies hängt damit zusammen, daß $U(a,x)$ für $x \rightarrow -\infty$ divergiert, außer bei $a = -n - \frac{1}{2}$, wenn n eine ganze Zahl größer oder gleich Null ist; hier geht U gegen null. Der Grenzwert der a_i für getrennte Fragmente ist aber gerade negativ und halbzahlig! Für das linke Fragment ist $x \sim -(z - z_1)$, für

das rechte $x \sim +(z - z_2)$ (siehe /MAR71/ und Abb. 2.1). Von beiden Zentren aus gesehen liegt die Anschlußstelle der Oszillatoren deshalb bei negativem x . Für große Zweizentrenabstände müssen die Nullstellen a_i also in einem Bereich gesucht werden, in dem kleine Änderungen in den a 's große Variationen in den Basiswellenfunktionen nach sich ziehen. Es können Ableitungen in der Größenordnung 10^{30} auftreten, so daß selbst 16 Dezimalstellen in den a_i nicht ausreichen, die Wellenfunktionen auch nur auf eine Stelle festzulegen.

Dies wirkt sich vor allem auf der Spaltfläche aus. Durch die geringe Einschnürung des Kerns ist die Abweichung des vollständigen Hamiltonoperators vom Basishamiltonoperator groß. Deshalb sind die nicht-diagonalen Matrixelemente wichtig; die Unsicherheit in den Basiseigenfunktionen überträgt sich auf die berechneten Einteilchenniveaus und schließlich auf die Schalenkorrekturen.

Diese Schwierigkeit kann vielleicht bei Verwendung eines Einzentrenoszillators als Basis bei der Berechnung der Spaltfläche umgangen werden. Dies zu untersuchen, ist eine wichtige Aufgabe für die nähere Zukunft.

A2. Integrale über parabolische Zylinderfunktionen

Die parabolischen Zylinderfunktionen sind definiert als Lösungen der Differentialgleichung /ABR68, S. 686/

$$\frac{d^2}{dz^2} f(b,z) - \left(\frac{1}{4} z^2 + b\right) f(b,z) = 0 \quad (1) .$$

Seien $f(b,z)$ und $g(a,z)$ zwei solche (nicht notwendig verschiedene) Funktionen. Gesucht ist das unbestimmte Integral

$$I_n(a,b,z) = \int_{z_0}^z k(z) f(b,z) \left[\frac{d^n}{dz^n} g(a,z) \right] dz .$$

Ableitungen von $g(a,z)$ mit $n \geq 2$ können mit Hilfe der Differentialgleichung (A2.1) immer auf Summen mit $n = 0$ und $n = 1$ zurückgeführt werden. Setzt man voraus, daß $k(z)$ eine gleichmäßig konvergente Potenzreihenentwicklung besitzt (so daß Summation und Integration vertauscht werden können), so genügt es, die beiden Integrale

$$I_0 = \int_{z_0}^z z^k f(b,z) g(a,z) dz \quad \text{und}$$

$$I_1 = \int_{z_0}^z z^k f(b,z) g'(a,z) dz$$

mit $k \geq 0$ zu betrachten; gestrichene Größen bedeuten immer die Ableitung nach z .

Die Grundidee des Verfahrens besteht darin, für I_n , $n = 0, 1$, den Ansatz

$$I_n(a,b,z) = \sum_{i,j=0}^1 {}_n h_{ij}(a,b,z) f^{(i)}(b,z) g^{(j)}(a,z) \quad (2)$$

nach z zu differenzieren und so ein lineares Differentialgleichungssystem für die Koeffizienten ${}_n h_{ij}$ herzuleiten. Der Index n wird im folgenden unterdrückt werden, da keine Verwechslungen zu befürchten sind.

$$h'_{00} + \left(\frac{1}{4} z^2 + b\right) h_{10} + \left(\frac{1}{4} z^2 + a\right) h_{01} = z^k \delta_{n0}$$

$$h_{00} + h'_{10} + \left(\frac{1}{4} z^2 + a\right) h_{11} = 0$$

(3)

$$h_{00} + h'_{01} + \left(\frac{1}{4} z^2 + b\right) h_{11} = z^k \delta_{n1}$$

$$h_{10} + h_{01} + h'_{11} = 0$$

Das Integral I_0 für $a \neq b$

Mit Hilfe der neuen Funktionen F und G , die durch

$$h_{10}(a,b,z) = F(a,b,z) + G(a,b,z) \quad \text{und}$$

$$h_{01}(a,b,z) = F(a,b,z) - G(a,b,z)$$

definiert sind, und den Gleichungen

$$h_{11} = \frac{2}{b-a} G'$$

$$h_{00} = -\frac{1}{b-a} \left((b-a) F' + \left(\frac{1}{2} z^2 + a + b \right) G' \right)$$

$$F = -\frac{1}{b-a} G''$$

läßt sich (A2.3) zurückführen auf die Gleichung

$$G^{(4)} - (z^2 + 2a + 2b) G'' - z G' + (b-a)^2 G = (b-a) z^k ,$$

die durch die endliche Summe

$$G(a,b,z) = \sum_{v=0}^{[k/2]} y_v \frac{z^{k-2v}}{(k-2v)!}$$

gelöst wird. Dabei ist $[k/2]$ die größte ganze Zahl kleiner oder gleich $k/2$. Die y_v erfüllen die Rekursionsbeziehungen

$$y_0 = \varepsilon_0 (b-a) k!$$

$$y_1 = 2 \varepsilon_1 (b+a) y_0$$

$$y_v = \varepsilon_v (2(b+a) y_{v-1} - y_{v-2}) , \quad 2 \leq v \leq [k/2]$$

$$\varepsilon_v = [(b-a)^2 - (k-2v)^2]^{-1} , \quad 0 \leq v \leq [k/2] ,$$

falls alle ε_v existieren.

Das Integral I_1 für $a \neq b$

Mit den Funktionen F und G wie oben, sowie der Abkürzung

$$H(a,b,z) = h_{11}(a,b,z)$$

erhält man hier die Gleichungen

$$F = -\frac{1}{2} H'$$

$$G = \frac{1}{b-a} \left(\left(\frac{1}{4} z^2 + \frac{a+b}{2} \right) H' - h'_{00} \right)$$

$$h_{00} = \frac{1}{2} (z^k + H'' - \left(\frac{1}{2} z^2 + a + b \right) H) \quad .$$

$H(a,b,z)$ erfüllt die Differentialgleichung

$$\begin{aligned} H^{(4)} - (z^2 + 2a + 2b) H'' - 3z H' + ((b-a)^2 - 1) H \\ = (b-a) z^k - k(k-1) z^{k-2} \quad , \end{aligned}$$

die mit dem Ansatz

$$H(a,b,z) = \sum_{v=0}^{[k/2]} y_v \frac{z^{k-2v}}{(k-2v)!}$$

gelöst wird. Die y_v genügen den Rekursionsbeziehungen

$$y_0 = \varepsilon_0 k! (b-a)$$

$$y_1 = -\varepsilon_1 (k! - 2(a+b) y_0)$$

$$\begin{aligned} y_v &= \varepsilon_v (2(a+b) y_{v-1} - y_{v-2}) \quad , \quad 2 \leq v \leq \left[\frac{k}{2} \right] \\ &= [(b-a)^2 - (k-2v+1)^2]^{-1} \quad , \quad 0 \leq v \leq \left[\frac{k}{2} \right] \quad , \end{aligned}$$

wiederum, falls alle ε_v existieren.

Einige Beispiele

$$\begin{aligned}
 \int f(b, z) g(a, z) dz &= \frac{1}{\beta} (f'g - fg') + C \\
 \int f(b, z) g(a, z) z dz &= \frac{1}{\beta^2 - 1} \left[-\left(\frac{1}{2} z^2 + a + b\right) fg + \beta z (f'g - fg') + 2 f'g' \right] + C \\
 \int f(b, z) g'(a, z) dz &= \frac{1}{2(\beta^2 - 1)} \left[(\beta^2 - \left(\frac{1}{2} z^2 + a + b\right)\beta - 1) fg + z(f'g - fg') + 2\beta f'g' \right] + C \\
 \int f(b, z) g'(a, z) z dz &= \frac{1}{2\beta(\beta^2 - 4)} \left\{ -\left[\beta\left(\frac{1}{2} z^2 + 2a\right) + 4\right] \beta z fg + 2[\beta(z^2 + 2a) + 2] f'g \right. \\
 &\quad \left. - 2[\beta(z^2 + a + b) + 2] fg' + 2\beta^2 z f'g' \right\} + C
 \end{aligned}$$

Dabei ist $\beta = b - a$ und C die Integrationskonstante.

Wie die Beispiele zeigen, werden die Formeln schnell recht kompliziert und unübersichtlich. Für praktische Rechnungen ist es daher bequemer, die Rekursionsformeln der y_V numerisch auszuwerten.

In den obigen Formeln wurde immer vorausgesetzt, daß alle ε_V existieren. Dies ist insbesondere immer dann gewährleistet, wenn sich a und b nicht um eine ganze Zahl unterscheiden. Verschwindet einer der Nenner, so können die dann gültigen Formeln mit den Regeln von de l'Hospital aus den oben angegebenen gewonnen werden. Für praktische Rechnungen genügt es in diesen Fällen, a um $\delta \approx 2^{-20}$ zu verschieben und $g(a,z)$ durch

$$g(a+\delta, z) = g(a, z) + \delta \frac{\partial g}{\partial a}(a, z)$$

zu ersetzen.

Die Integrale für $a = b$

Für $a = b$ können ähnliche Formeln abgeleitet werden, wenn der Ansatz (2) um den Term $\int f(b,z) g(a,z) dz$ erweitert wird. Dieses Grundintegral läßt sich wiederum nach de l'Hospital berechnen.

Anwendung

Zum Schluß dieses Abschnitts sei noch einmal betont, daß über die Funktionen $f(b,z)$ und $g(a,z)$ nur vorausgesetzt wurde, daß sie der Gleichung (1) genügen. Dies bedeutet insbesondere, daß es sich bei f und g um die Basisfunktionen der Mehrzentrenkette handeln kann, die aus Überlagerungen der Standardlösungen $U(a,x)$ und $V(a,x)$. /ABR68, LUS73, HAH77/ bestehen. Mit der oben angegebenen Methode können deshalb z.B. alle Matrixelemente des ZZSM berechnet werden, wenn die Basiswellenfunktionen sowie ihre Ableitungen nach a und z an den Anschlußstellen des Potentials bekannt sind.

Referenzen

- ABR68 M. Abramowitz and I.A. Stegun, Handbook of
Mathematical Functions, Dover Publ. N.Y. 1968
- BAL71 J.P. Balagna, G.P. Ford, D.C. Hoffman and
J.D. Knight, Phys. Rev. Lett. 26(1971) 145
- BAL73 J.P. Balagna, J.A. Farrell, G.P. Ford,
A. Hemmendinger, D.C. Hoffman, L.R. Veesser
and J.B. Wilhelmy, Proc. IAEA Symp. Phys. Chem.
Fission, Rochester 1973; IAEA, Vienna, 1974;
Vol. II, S. 191
- BEL59 S.T. Belyaev, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.
31(1959) no. 11
- BJÖ72 A. Björck und G. Dahlquist, Numerische Methoden,
R. Oldenbourg Verlag, München-Wien, 1972
- BON75 J.P. Bondorf, J.R. Huizenga, M.I. Sobel and
D. Sperber, Phys. Rev. C11(1975) 1265
- BRA63 R. Brandt, S.G. Thompson, R.C. Gatti and
L. Phillips, Phys. Rev. 131(1963) 2617
- BRA72 M. Brack, J. Damgaard, A.S. Jensen, H.C. Pauli,
V.M. Strutinsky and C.Y. Wong,
Rev. Mod. Phys. 44(1972) 320
- BRA73 M. Brack and H.C. Pauli,
Nucl. Phys. A207(1973) 401
- CAR76 H.G. deCarvalho, J.B. Martins, I.O. deSouza
and O.A.P. Tavares,
An. Acad. brasil. Ciênc. 48(1976) 205
- CAR77 H.G. deCarvalho, J.B. Martins, O.A.P. Tavares,
Centro Brasileiro de Pesquisas Fisicas,
preprint A0025/77
- COH62 S. Cohen and W.J. Swiatecki,
Ann. Phys. 19(1962) 67
- DEU77 H.H. Deubler and K. Dietrich,
Nucl. Phys. A277(1977) 493
- DIE73 H. Diehl, Dissertation, Fachbereich Physik der
Universität Frankfurt, 1973

- DIE74 H. Diehl and W. Greiner,
Nucl. Phys. A229(1974) 29
- EPP78 D.H. Epperson, Dissertation, Triangle
Universities Nuclear Lab., Dep. of Physics,
Duke University, 1978
- ESS79 H. Essel, K. Hartel, W. Henning, P. Kienle,
H.J. Körner, K.E. Rehm, P. Sperr, W. Wagner
and H. Spieler, Z. Phys. A289(1979) 265
- FIN74a H.J. Fink, W. Greiner, R.K. Gupta, S. Liran,
J.A. Maruhn, W. Scheid and O. Zohni, Proc.
Int. Conf. Reactions Between Complex Nuclei,
Nashville 1974, Vol. 2, S. 21
- FIN74b H.J. Fink, J. Maruhn, W.Scheid and W. Greiner,
Z. Physik 268(1974) 321
- FLE53 W.H. Fleming and H.G. Thode,
Phys. Rev. 90(1953) 857
- FLY72 K.F. Flynn, E.P. Horwitz, C.A.A. Bloomquist,
R.F. Barnes, R.K. Sjoblom, P.R. Fields and
L.E. Glendenin, Phys. Rev. C5(1972) 1725
- FLY75a K.F. Flynn, J.E. Gindler, R.K. Sjoblom and
L.E. Glendenin, Phys. Rev. C11(1975) 1676
- FLY75b K.F. Flynn, J.E. Gindler and L.E. Glendenin,
Phys. Rev. C12(1975) 1478
- GIC77 H. Gick, D. Glas and U. Mosel,
Z. Physik A282(1977) 417
- GIN77 J.E. Gindler, K.F. Flynn, L.E. Glendenin and
R.K. Sjoblom, Phys. Rev. C16(1977) 1483
- HAH77 J. Hahn, H.-J. Lustig and W. Greiner,
Z. Naturforsch. 32a(1977) 215
- HAR73 R.M. Harbour, K.W. MacMurdo, D.E. Troutner and
M.V. Hoehn, Phys. Rev. C8(1973) 1488
- HOF76 D.C. Hoffman, 3rd Int. Conf. Nuclei Far From
Stability, Cargèse 1976, CERN 76-13, S. 565

- HOF77a D.C. Hoffman, J.B. Wilhelmy, J. Weber,
W.R. Daniels, E.K. Hulet, J.H. Landrum,
R.W. Loughheed, and J.F. Wild,
Los Alamos Scientific Laboratory,
preprint LA-UR-77-2901
- HOF77b D.C. Hoffman, G.P. Ford, J.P. Balagna and
L.R. Veese, Los Alamos Scientific Laboratory,
preprint LA-UR-77-2916
- JEN73 A.S. Jensen and J. Damgaard,
Nucl. Phys. A203(1973) 578
- JOH71 W. John, E.K. Hulet, R.W. Loughheed and
J.J. Wesolowski, Phys. Rev. Lett. 27(1971) 45
- LUS73 H.-J. Lustig, Diplomarbeit, Inst. f. Theor.
Physik, Universität Frankfurt, 1973
- LUS77 H.-J. Lustig, 'Basiseigenwerte durch Diagonalisi-
sation', Inst. f. Theor. Physik, Universität
Frankfurt, 1977, unveröffentlicht
- MAR71 J. Maruhn, Diplomarbeit, Inst. f. Theor. Physik,
Universität Frankfurt, 1971
- MAR72 J. Maruhn and W. Greiner,
Z. Physik 251(1972) 431
- MAR73 J.A. Maruhn, Dissertation, Fachbereich Physik
der Universität Frankfurt, 1973
- MAR74 J. Maruhn and W. Greiner,
Phys. Rev. Lett. 32(1974) 548
- MAR76 J.A. Maruhn and W. Greiner,
Phys. Rev. C13(1976) 2404
- MAR78 J.A. Maruhn, W. Greiner and W. Scheid,
'Theory of Fragmentation in Fission, Fusion,
and Heavy Ion Scattering', prep. for 'Heavy
Ion Collisions', R. Bock, Editor, North Holland
Publ. Comp., Amsterdam
- MOR73 T. Morović, Dissertation, Fachbereich Physik
der Universität Frankfurt, 1973
- MOR76 T. Morović and W. Greiner,
Z. Naturforsch. 31a(1976) 327

- MOS72 U. Mosel, Phys. Rev. C6(1972) 971
- MUS73 M.G. Mustafa, U. Mosel and H.W. Schmitt,
Phys. Rev. C7(1973) 1519
- MUS78 M.G. Mustafa and R.L. Ferguson,
Phys. Rev. C18(1978) 301
- MYE66 W.D. Myers, and W.J. Swiatecki,
Nucl. Phys. 81(1966) 1
- MYE67 W.D. Myers and W.J. Swiatecki,
Ark. Fys. 36(1967) 343
- NIL69 S.G. Nilsson, C.F. Tsang, A. Sobiczewski,
Z. Szymanski, S. Wycech, C. Gustafsson,
I.L. Lamm, P. Möller and B. Nilsson,
Nucl. Phys. A131(1969) 1
- NIX65 J.R. Nix and W.J. Swiatecki,
Nucl. Phys. 71(1965) 1
- PAU33 W. Pauli, in Handbuch der Physik, 2. Aufl.,
Springer Verlag, Berlin, 1933, Bd. 24, Teil 1,
S. 120
- POD28 B. Podolsky, Phys. Rev. 32(1928) 812
- RAG74 R.C. Ragaini, E.K. Hulet, R.W. Loughheed and
J. Wild, Phys. Rev. C9(1974) 399
- RAO74 V.K. Rao, V.K. Bhargava, S.G. Marathe,
S.M. Sahakundu, and R.H. Iyer,
Phys. Rev. C9(1974) 1506
- ROS75 S.P. Rosen, Phys. Rev. Lett. 34(1975) 774
- SAN78 A. Săndulescu, H.-J. Lustig, J. Hahn and
W. Greiner, J. Phys. G4(1978) L279
- SCH77 W.U. Schröder, J.R. Huizenga,
Ann. Rev. Nucl. Sci. 27(1977) 465
- SEE70 P.A. Seeger, Int. Conf. Prop. Nuclei Far From
Region of Beta-Stability, Leysin 1970,
CERN 70-30, Vol. 1, S. 217
- SIW76 K. Siwek-Wilczyńska and J. Wilczyński,
Nucl. Phys. A264(1976) 115
- STR67 V.M. Strutinsky, Nucl. Phys. A95(1967) 420
- STR68 V.M. Strutinsky, Nucl. Phys. A122(1968) 1

- SWI72 W.J. Swiatecki and S. Bjørnholm,
Phys. Rep. 4(1972) 325
- WET54 G.W. Wetherill, Phys. Rev. 96(1954) 679
- WIL76 B.D. Wilkins, E.P. Steinberg and R.R. Chasman,
Phys. Rev. C14(1976) 1832
- WOL74 K.L. Wolf, J.P. Unik, J.R. Huizenga,
J. Birkelund, H. Freiesleben and V.E. Viola,
Phys. Rev. Lett. 33(1974) 1105
- YAM77 S. Yamaji, K.-H. Ziegenhain, H.J. Fink,
W. Greiner and W. Scheid,
J. Phys. G3(1977) 1283
- ZIE77 K.H. Ziegenhain, H.-J. Lustig, J. Hahn,
J.A. Maruhn, W. Greiner and W. Scheid,
FIZIKA, Vol. 9, Suppl. 4(1977) 559

Herrn Prof. Walter Greiner bin ich dankbar für die Anregungen zu dieser Arbeit und für sein Interesse an ihrer Fertigstellung.

Den Herren Josef Hahn, Karl-Heinz Ziegenhain und Prof. Joachim Maruhn danke ich für viele hilfreiche Diskussionen, Herrn Prof. A. Sandulescu für eine Reihe interessanter Gespräche. Des weiteren gilt mein Dank allen Kolleginnen und Kollegen im Institut für die gute Zusammenarbeit, sowie den Mitarbeitern des Hochschulrechenzentrums der Universität Frankfurt am Main und des Rechenzentrums der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) in Darmstadt, die dazu beitrugen, daß die dieser Arbeit zugrunde liegenden Rechnungen durchgeführt werden konnten.

Frau Utschig und Frl. Roth fertigten die Zeichnungen an, Herr Brose druckte die Arbeit; auch ihnen sei an dieser Stelle recht herzlich gedankt.

Ich, Hans-Jürgen Lustig, wurde am 19. Mai 1949 als Sohn des Franz Lustig und seiner Ehefrau Elisabeth, geborene Haschert, geboren. Von Ostern 1955 bis Ostern 1960 besuchte ich die Volksschule in Frankfurt-Fechenheim. An Ostern 1960 wurde ich in die Rudolf-Koch-Schule, Gymnasium, in Offenbach (Main) umgeschult, der ich bis Juli 1966 und von Herbst 1967 bis zur Ablegung der Reifeprüfung im Juni 1968 angehörte. Vom Sommer 1966 bis zum Sommer 1967 war ich als Austauschschüler in Fortuna in Kalifornien. Vom Beginn des Wintersemesters 1968/69 bis Ende des Wintersemesters 1973/74 war ich an der Johann-Wolfgang-Goethe Universität in Frankfurt am Main als Physikstudent immatrikuliert. Die Diplom-Vorprüfung für Physiker legte ich am Ende des Sommersemesters 1970 ab, die Diplom-Hauptprüfung im Dezember 1973. Von Februar 1974 bis Mai 1975 leistete ich meinen Zivildienst in einer Unfallhilfsstelle des Deutschen Roten Kreuzes ab. Anschließend ging ich an das Institut für Theoretische Physik der Universität Frankfurt zurück. Seit März 1976 bin ich dort als wissenschaftlicher Angestellter tätig. - Seit November 1975 bin ich verheiratet; unser Sohn Jonathan wurde im Januar 1978 geboren.

Meine akademischen Lehrer waren die Herren Professoren Greiner, Martienssen, Köthe, Schopper, Müser, Stummel, Stelzer, Scheid und Dreizler.

